

Matrices

Analyse asymptotique

I) Relations de comparaison

- Domination, négligeabilité

II) Développements limités

- Unicité des coefficients, troncature
- Cas des fonctions paires ou impaires
- Lien avec la continuité et la dérivabilité
- Primitivation d'un développement limité
- Formule de Taylor-Young pour f de classe C^n

III) Développements limités usuels, opérations

- Développements limités en 0 de $\exp$, $\ln$, $\cos$, $\sin$, $x \mapsto \frac{1}{1 \pm x}$, $x \mapsto \ln(1 \pm x)$, $x \mapsto \arctan(x)$, $x \mapsto (1 + x)^\alpha$
- Développement à l'ordre 3 en 0 de $x \mapsto \tan(x)$
- Combinaison linéaire, produit, quotient, composée

IV) Application des développements limités

- Signe de $f(x)$ au voisinage de a
- Exemples de développements asymptotiques
- Application à l'étude locale d'une fonction : limites, position relative d'une courbe et de sa tangente, asymptotes
- Condition nécessaire et condition suffisante à l'ordre 2 pour un extremum local en un point intérieur
- Exemple de développement limité d'une fonction réciproque

Suite à partir de mardi

V) Relation d'équivalence (compléments)

- Obtention d'un équivalent par encadrement
- Conservation du signe et de la limite par équivalence
- Formule de Stirling

Démonstrations

Développements limités

- Unicité d'un développement limité
- Primitivation d'un développement limité
- Formule de Taylor-Young
- Démonstration de l'un des développements limités usuels

Exercices préparés

Matrices

- Une matrice carrée est dite stochastique si ses coefficients sont des réels positifs et la somme des coefficients de chaque ligne est égale à 1. Montrer que le produit de deux matrices stochastiques est une matrice stochastique.

Développements limités

- Déterminer le DL à l'ordre 5 en 0 de la fonction tangente.
- Déterminer le DL en 0 à l'ordre 3 de la fonction $x \mapsto \ln(1 - x + x^2)$.
- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x+5} - \sqrt[3]{x}$.