

Révisions : analyse asymptotique

Espaces vectoriels

I) Généralités

- Définition, produit d'espaces vectoriels
- Espaces $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, E^X si E est un espace vectoriel et X un ensemble
- Combinaison linéaire

II) Sous-espaces vectoriels

- Caractérisation
- Intersection de sous-espaces vectoriels
- Sous-espaces $\{0\}$, $\mathbb{K}_n[X]$
- Droites et plans vectoriels de $\mathbb{R}^3$
- Ensemble des solutions d'un système linéaire homogène $AX = 0$
- Sous-espace vectoriel engendré par une partie

III) Somme de sous-espaces

- Somme, somme directe
- Caractérisation d'une somme directe par $F \cap G = \{0_E\}$.
- Sous-espaces supplémentaires

IV) Familles de vecteurs

- Familles génératrices, libres, bases
- Liberté d'une famille de polynômes de degrés distincts
- Toute famille de polynômes de degrés distincts est une base
- Bases canoniques de $\mathbb{K}^n$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathbb{K}[X]$

Espaces vectoriels

Démonstrations

- L'intersection d'une famille de sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel.
- L'ensemble des combinaisons linéaires de vecteurs d'une partie A est un sous-espace vectoriel de E et c'est le plus petit contenant A .
- La somme $F + G$ est directe ssi $F \cap G = \{0_E\}$.
- Toute famille de polynômes de degrés distincts est libre.

Développements limités

Exercices préparés

- Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'équation $\cos(x) = nx$ admet une unique solution x_n . Déterminer la limite de la suite $(x_n)_n$ puis un équivalent de x_n et enfin un équivalent de $x_n - \frac{1}{n}$.

Espaces vectoriels

- Montrer que $\mathcal{M}_n(\mathbb{R}) = S_n(\mathbb{R}) \oplus A_n(\mathbb{R})$.