

Logique et raisonnements

I) Notions de logique

- Implication, contraposition, équivalence
- Quantificateurs

II) Modes de raisonnement

- Par disjonction de cas
- Par contraposition
- Par l'absurde
- Par analyse-synthèse
- Par récurrence (simple, double, forte)

Nombres réels : inégalités et trigonométrie

I) Trigonométrie

- Congruences, cercle trigonométrique
- Périodicité et parité de $\cos$, $\sin$ et $\tan$.
- Cosinus et sinus de $\frac{\pi}{2} \pm x$ et $\pi \pm x$.
- Cosinus, sinus et tangente des angles usuels
- Formules d'addition et de duplication
- Expression de $\cos \theta$ et $\sin \theta$ en fonction de $t = \tan \frac{\theta}{2}$
- Dérivée et représentation graphique de $\cos$, $\sin$ et $\tan$

II) Inégalités

- Relation d'ordre sur $\mathbb{R}$, compatibilité avec les opérations
- Valeur absolue, inégalité triangulaire
- Équivalence entre $|x - a| \leq r$ et $a - r \leq x \leq a + r$
- Intervalles de $\mathbb{R}$, densité de $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$
- Parties majorées, minorées
- Borne supérieure ou inférieure, extremum
- Partie entière, approximation à 10^{-n} près
- Inégalité $|\sin x| \leq |x|$

Démonstrations

Inégalités, trigonométrie

- Preuve géométrique des formules de $\cos(a + b)$ et $\sin(a + b)$
- Expression de $\cos \theta$ et de $\sin \theta$ en fonction de $t = \tan \frac{\theta}{2}$
- Inégalité $|\sin x| \leq |x|$
- Inégalités triangulaires : $|a + b| \leq |a| + |b|$ et $||x| - |y|| \leq |x - y|$

Exercices préparés

Raisonnement

- Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.
- Montrer que toute fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ se décompose de façon unique en somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire
- Traduire avec des quantificateurs : f est périodique, f est croissante, f est majorée.

Équations, inéquations, trigonométrie

- Résoudre $\sin(x) + \cos(x) = \sqrt{\frac{3}{2}}$.
- Résoudre $\tan(x) + \tan(2x) = 0$.
- Résoudre $2 \sin(x) - 1 > 0$.