

Inégalités et trigonométrie

Nombres complexes

I) Ensemble des nombres complexes

- Partie réelle, imaginaire, opérations
- Plan complexe
- Conjugaison, image dans le plan complexe
- Module, $|z|^2 = z\bar{z}$
- Inégalité triangulaire, cas d'égalité

II) Nombres complexes de module 1

- Cercle trigonométrique
- Exponentielle d'un nombre imaginaire pur
- Formules d'Euler et de Moivre
- Forme trigonométrique d'un nombre complexe
- Transformation de $a \cos t + b \sin t$ en $A \cos(t - \Phi)$

III) Équations algébriques

- Factorisation d'une fonction polynomiale par $z - a$ si $P(a) = 0$
- Recherche de racines carrées sous forme algébrique ou trigonométrique
- Équations du second degré
- Racines $n^{\text{ème}}$ de l'unité et d'un nombre complexe non nul

onstrations exig

Nombres complexes

- $z\bar{z} = |z|^2$
- Inégalité triangulaire (sans le cas d'égalité)
- Formules d'Euler et de Moivre
- Détermination des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité

Exercices

Nombres complexes

- Si z et z' sont deux nombres complexes, montrer

$$|z + z'|^2 + |z - z'|^2 = 2|z|^2 + 2|z'|^2$$

et en donner une interprétation géométrique.

- Déterminer l'ensemble des nombres complexes vérifiant $z^2 - \bar{z} \in \mathbb{R}$.