

Nombres complexes

I) Ensemble des nombres complexes

II) Nombres complexes de module 1

III) Équations algébriques

- Factorisation d'une fonction polynomiale par $z - a$ si $P(a) = 0$
- Recherche de racines carrées sous forme algébrique
- Équations du second degré
- Somme et produit des racines
- Racines $n^{\text{ème}}$ de l'unité et d'un nombre complexe non nul

IV) Fonction exponentielle

- Exponentielle d'un nombre complexe
- Exponentielle d'une somme
- $\exp(z) = \exp(z')$ ssi $z \equiv z' [2i\pi]$
- Résolution de $\exp(z) = w$

V) Interprétation géométrique des nombres complexes

- Cercles, médiatrices
- Interprétation du module et de l'argument de $\frac{c-a}{b-a}$
- Traduction de l'alignement et l'orthogonalité
- Similitudes directes
- Interprétation géométrique de la conjugaison

Calculs algébriques

I) Sommes et produits

- Changement d'indice
- Sommes et produits télescopiques
- Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$

II) Calculs de sommes

- Regroupement de termes (notamment selon la parité de l'indice)
- Expressions de $\sum_{k=1}^n k$ et $\sum_{k=1}^n k^2$
- Somme de termes de suites arithmétiques ou géométriques
- Sommes trigonométriques $\sum_k \cos(k\theta)$, $\sum_k \sin(k\theta)$
- La somme des racines $n^{\text{ème}}$ de l'unité est nulle si $n \geq 2$
- Sommes doubles

Suite à partir de mardi

III) Formule du binôme

- Factorielle
- Coefficients binomiaux
- Formule du binôme
- Utilisation de la formule de Moivre pour exprimer $\cos(n\theta)$ et $\sin(n\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.

Nombres complexes

- Détermination des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité
- Décomposition d'une similitude directe en une translation ou la composée commutative d'une rotation et d'une homothétie de mêmes centres

Calculs algébriques

- Calcul de $\sum_{k=0}^{n-1} (u_{k+1} - u_k)$ et factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$
- Expression de $\sum_{k=1}^n k^2$ et de $\sum_{k=0}^n x^k$

Nombres complexes

- Soient A, B et C trois points distincts d'affixes respectives a, b et c . Montrer que le triangle ABC est équilatéral si et seulement si j ou j^2 est racine du polynôme $aX^2 + bX + c$.

Calculs algébriques

- Calculer $\sum_{k=1}^n \cos(kx)$ et $\sum_{k=1}^n \sin(kx)$
- Calculer $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} \frac{i}{j}$.