

Semaine du 21 Septembre 2026

- Calcul algébrique.
- Sommes, utilisation du symbole $\sum$. Les sommes peuvent porter sur un ensemble fini quelconque. Une somme qui porte sur l'ensemble vide est nulle.
- manipulations élémentaires, changements d'indice, sommation par paquets. Télescopage.
- Sommes classiques $\sum_{0 \leq k \leq n} k$ et $\sum_{0 \leq k \leq n} k^2$.
- Pour tout complexe z et tout entier n ,

$$z^{n+1} - 1 = (z - 1) \sum_{k=0}^n z^k$$

Pour tous complexes a et b , et tout entier naturel n ,

$$a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$$

- Factorielle, coefficients du binôme, formule du binôme.
- Fonctions puissances (exposants réels).
- Vocabulaire de la théorie des ensembles
 - Inclusion, intersection, réunion, complémentaire. Ensemble des parties d'un ensemble. Produit cartésien de deux (ou plusieurs) ensembles.
 - Applications. Restriction, prolongement. Composition. Injections, surjections, bijections. Application réciproque d'une bijection. Images directes et réciproques.
 - Relations d'ordre. Minimum et maximum. Borne supérieure, borne inférieure.
 - Dans $\mathbb{R}$, toute partie majorée non vide admet une borne supérieure (admis). Toute partie minorée non vide admet une borne inférieure.
- Entiers naturels
 - Principe(s) de récurrence.
 - Divisibilité. Nombres premiers.
 - Tout entier naturel non nul s'écrit de façon unique (à l'ordre près des termes) comme un produit de nombres premiers (la preuve, due à Zermelo, se fait uniquement par récurrence, est n'est pas exigible des élèves). Seule l'existence de la décomposition peut faire l'objet d'une question de cours.
 - Valuation p -adique.
Si n et m sont deux entiers naturels non nuls, et si p est un nombre premier, on a : $v_p(nm) = v_p(n) + v_p(m)$. De plus, n divise m si et seulement si $v_p(n) \leq v_p(m)$ pour tout nombre premier p .
 - Division euclidienne dans $\mathbb{N}$. Applications : numération en base b , PGCD de deux entiers naturels non tous deux nuls, algorithme d'Euclide.