

Semaine du 28 Septembre 2026

- Sommes : programme précédent, avec en plus les sommes doubles.
- Entiers naturels
 - Principe(s) de récurrence.
 - Divisibilité. Nombres premiers.
 - Tout entier naturel non nul s'écrit de façon unique (à l'ordre près des termes) comme un produit de nombres premiers (la preuve, due à Zermelo, se fait uniquement par récurrence, est n'est pas exigible des élèves). Seule l'existence de la décomposition peut faire l'objet d'une question de cours.
 - Valuation p -adique.

Si n et m sont deux entiers naturels non nuls, et si p est un nombre premier, on a : $v_p(nm) = v_p(n) + v_p(m)$. De plus, n divise m si et seulement si $v_p(n) \leq v_p(m)$ pour tout nombre premier p .
 - Division euclidienne dans $\mathbb{N}$. Applications : numération en base b , $PGCD$ de deux entiers naturels non tous deux nuls, algorithme d'Euclide.
- Arithmétique dans $\mathbb{Z}$
 - Divisibilité. Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$.
 - Sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$. Si H est un sous-groupe de $\mathbb{Z}$, il existe un unique entier naturel n tel que $H = n\mathbb{Z}$.
 - $PGCD$ de deux entiers relatifs. Entiers premiers entre eux. Bézout, Gauss, Euclide et tutti quanti. Unicité de la décomposition en produit de nombres premiers. Expression du $PGCD$ de deux entiers naturels non nuls connaissant l'écriture en produit de nombres premiers. $PGCD$ de plusieurs entiers.
 - PPCM (directement dans le cas de plusieurs entiers). Expression du PPCM d'entiers non nuls à l'aide des écritures en produit de nombres premiers.
 - Congruences. Petit théorème de Fermat (preuve non exigible).