

Raisonnements, Ensembles

- On posera un exercice faisant intervenir une analyse-synthèse, en insistant sur la bonne rédaction.
- On insistera sur la maîtrise des « preuves automatiques » et les réflexes de mise en place de raisonnement (Montrer une assertion « $\forall x \in E, \dots$ », une implication, une inclusion, une équivalence, *etc.*)
- Dans un second temps, on posera des exercices, par exemple, sur le programme du lycée nécessitant la mise en place de raisonnements.

Programme de la semaine de colle

- Modes de raisonnements, rédaction d'une preuve
- Raisonnement par analyse-synthèse
- Récurrences simple, double, forte
- Les élèves connaissent la définition des fonctions (strictement) croissantes $I \rightarrow \mathbb{R}$ où I est un intervalle.
- Ensembles (les applications $f : E \rightarrow F$ n'ont pas encore été vues) : union, intersection, différence, $\mathcal{P}(E)$, produit cartésien, familles de parties d'un ensemble
- Unions et intersections quelconques

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Négation d'assertions quantifiées
- Définition de « f (strictement) croissante »
- Principe de récurrence (sous la forme d'un théorème)
- Principe de récurrence forte (sous la forme d'un théorème)

Résultats à savoir démontrer

- $\forall n \in \mathbb{N}, n \text{ pair} \iff n^2 \text{ pair}$
- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
- $\forall f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \exists g \text{ paire}, \exists h \text{ impaire} : f = g + h$ (sans l'unicité)
- Soit $a \in \mathbb{R}$. Alors, $(\forall \varepsilon > 0, |a| \leq \varepsilon) \iff a = 0$.
- Unicité dans la division euclidienne
- Existence dans la division euclidienne
- Soit $a \neq 1$. Alors, $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n a^k = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$.
- $\forall x > 0, x + \frac{1}{x} \geq 2$
- La racine fonction racine carrée est strictement croissante