— Semaine du lundi 9 octobre au vendredi 13 octobre —

Nombres complexes, Sommes

Colle n° 4

La colle commencera par le calcul d'une « $\mathbb{C}$-racine carrée »

Programme de la semaine de colle

Techniques algébriques

Révision de la semaine dernière (coefficients binomiaux, sommes, sommes doubles, produits, etc.*).*

Trigonométrie

Révision de la semaine dernière.

Nombres complexes

- Nombres complexes : rappels de Terminale
- Inégalités triangulaires
- Symbole $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$, forme exponentielle, arguments d'un nombre complexe
- Exponentielle complexe : définition, surjectivité sur $\mathbb{C}^*$, « noyau »
- $\mathbb{U}$ et $\mathbb{U}_n$, somme des racines n-ièmes de l'unité
- Équations du second degré, $z^n = a$, extraction de « $\mathbb{C}$-racine carrée »
- Systèmes somme-produit, relations coefficients-racines (en degré 2)
- Complexes et géométrie

Note pour les colleurs
Les techniques de linéarisation et de délinéarisation n'ont pas encore été vues.

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Négation d'assertions quantifiées
- Définition de « f (strictement) croissante »
- Principe de récurrence (sous la forme d'un théorème)
- Principe de récurrence forte (sous la forme d'un théorème)
- Définition de $\binom{n}{k}$
- Relation de Pascal
- Formule de sommation par paquets
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire

Résultats à savoir démontrer

- Unicité dans la division euclidienne
- La racine fonction racine carrée est strictement croissante
- Formule des « capitaines » : démonstration combinatoire
- Formule du binôme de Newton
- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- $\tan(\theta + \theta')$ à partir des formules d'addition de $\cos(\cdot)$ et $\sin(\cdot)$
- $\forall z \in \mathbb{C},\ \mathsf{Re}(z) \leqslant |z|$
- Inégalité triangulaire
- $\forall z, z' \in \mathbb{C},\ |z + z'| \geqslant \Big||z| - |z'|\Big|$
- Formule donnant les solutions de $az^2 + bz + c = 0$