

— Semaine du lundi 27 novembre au vendredi 1^{er} décembre —

Groupes, anneaux, corps

Révisions sur l'intégration

Colle n° 9

La colle inclura un calcul d'intégrale, n'utilisant que les connaissances du lycée.
Les intégrales n'ont pas encore été vues en classe.

Programme de la semaine de colle

Groupes

- Groupes, sous-groupes
- Groupe produit
- Morphismes, endomorphismes, isomorphismes, automorphismes
- Noyau, image
- Sous-groupe engendré par une partie

Note pour les colleurs

L'étude des groupes finis, la notion d'ordre d'un élément n'ont pas été vus en cours. La définition donnée d'un groupe est (G, \cdot, e) tel que...

Anneaux, corps

- Anneaux, anneaux commutatifs, anneaux intègres, corps
- Formules de Newton et Bernoulli
- Morphismes, endomorphismes, isomorphismes
- Inversibles d'un anneau
- L'anneau $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \times, \bar{0}, \bar{1})$

Note pour les colleurs

Par définition, tous les anneaux et morphismes sont unitaires ; l'anneau nul est un anneau. Les corps sont commutatifs. La notion de caractéristique n'a pas été vue. Les idéaux n'ont pas été vus. La définition d'un anneau est $(R, +, \times, 0, 1)$ tel que...

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Définition de $\binom{n}{k}$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire
- Dérivabilité de f^{-1} et expression de la dérivée
- Définition de f convexe
- Inégalité de convexité de \ln , \exp et \sin
- Dérivées de \arcsin , \arccos , \arctan ; graphes

Résultats à savoir démontrer

- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- $\tan(\theta + \theta')$ à partir des formules d'addition de $\cos(\cdot)$ et $\sin(\cdot)$
- $\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z + z'| \geq \left| |z| - |z'| \right|$
- $g \circ f$ injective \implies ? (avec les bonnes hypothèses)
- Résultats analogues pour les surjections
- Montrer que $\forall x > 0, \frac{1}{x+1} < \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) < \frac{1}{x}$.
- Formule donnant $(f^{-1})'$
- $[a, b] = \left\{ ta + (1 - t)b ; t \in [0, 1] \right\}$
- Inégalité de Jensen
- L'image directe d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe
- L'image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe
- φ injectif $\iff \text{Ker}(\varphi) = \{e\}$.