— Semaine du lundi 4 décembre au vendredi 8 décembre —

Début des polynômes
Révisions sur l'intégration

Colle n° 10

La colle inclura un calcul d'intégrale, n'utilisant que les connaissances du lycée.
Les intégrales n'ont pas encore été vues en classe.

Programme de la semaine de colle

Début des polynômes

Note pour les colleurs
Les racines multiples, l'arithmétique des polynômes, les question de factorisation de polynômes n'ont pas été vus.
Tout cela sera vu dans un chapitre « Arithmétique des polynômes »

Note pour les colleurs
Le théorème de d'Alembert-Gauss, la dérivation polynomiale, la composition des polynômes n'ont pas encore été vus.
Cela sera vu cette semaine.

- ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$; pour les meilleurs $K[X]$ ou $A[X]$)
- $\mathbb{K}[X]$: la construction est non exigible et n'a pas été abordée
- $\mathbb{R}[X] \subset \mathbb{C}[X]$
- Coefficients (notés $\mathsf{c}_k[P]$), coefficient constant, coefficient dominant (notés $\mathsf{c}_{\mathsf{dom}}[P]$), terme dominant, degré
- Formules de Newton et Bernoulli polynomiales
- $\mathbb{K}_n[X]$
- Expression générale des coefficients du produit
- $\deg(PQ)$ et $\deg(P+Q)$
- Intégrité et régularité
- Évaluation des polynômes
- Racines (l'ensemble des racines de P dans $\mathbb{K}$ est noté $\mathsf{Z}_{\mathbb{K}}(P)$)
- Fonction $\widetilde{P}$ associée à $P \in \mathbb{K}[X]$
- Le nombre de racines est borné par le degré
- « Critère radicaux de nullité » :
  - ▷ deux polynômes de $\mathbb{K}_n[X]$ qui coïncident sur un ensemble de cardinal $\geqslant n+1$ sont égaux
  - ▷ deux polynômes qui coïncident sur un ensemble infini sont égaux
- $X^n - 1 = \displaystyle\prod_{\omega \in \mathbb{U}_n} (X - \omega)$
- Division euclidienne polynomiale

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Dérivabilité de f^{-1} et expression de la dérivée
- Définition de f convexe
- Inégalité de convexité de ln, exp et sin
- Dérivées de arcsin, arccos, arctan ; graphes
- Expression du coefficient « en X^k » de $P \times Q$

Résultats à savoir démontrer

- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- $\tan(\theta + \theta')$ à partir des formules d'addition de $\cos(\cdot)$ et $\sin(\cdot)$
- $\forall z, z' \in \mathbb{C},\ |z + z'| \geqslant \Big||z| - |z'|\Big|$
- Formule donnant $(f^{-1})'$
- Inégalité de Jensen
- φ injectif $\iff \mathsf{Ker}(\varphi) = \{e\}$.
- Division euclidienne polynomiale : unicité
- Division euclidienne polynomiale : existence
- $P(\alpha) = 0 \iff \exists Q : P = (X - \alpha)Q$
- $X^n - 1 = \prod_{\omega \in \mathbb{U}_n} (X - \omega)$