

## Formules de Taylor, DL, un peu de dénombrement

Les deux prochaines colles commenceront par un petit exercice de dénombrement.

### Dénombrement

Même programme que précédemment

### Formules de Taylor

- Polynôme de Taylor
- Formule de Taylor polynomiale
- Formule de Taylor avec reste intégral
- Inégalité de Taylor-Lagrange
- Formule de Taylor-Young

### Développements limités

- Cas particuliers des  $DL_0$  et  $DL_1$
- Opérations sur les DL
- Primitivation des DL
- Développements limités usuels

### Questions de cours

#### Résultats à savoir énoncer

- Relation de Pascal
- Définition de  $f$  convexe
- Inégalité de convexité de  $\ln$ ,  $\exp$  et  $\sin$
- Dérivées de  $\arcsin$ ,  $\arccos$ ,  $\arctan$  ; graphes
- Résultats autour des hyperplans
- Développements asymptotiques classiques ( $\exp(t) = 1 + t + o(t)$ , etc.)
- Formule de Taylor avec reste intégral
- Inégalité de Taylor-Lagrange
- Formule de Taylor polynomiale
- Le lemme permettant la primitivation des DL
- DL usuels

#### Petites preuves à savoir refaire automatiquement

- La partie entière est croissante. Raffinement de la croissance.
- Trouver le terme général d'une suite arithmético-géométrique.
- $E = \text{Ker}(p) \oplus \text{Im}(p)$  si  $p$  est un projecteur
- $(s \in L(E) \text{ et } s^2 = \text{Id}_E) \implies E = \text{Ker}(s - \text{Id}_E) \oplus \text{Ker}(s + \text{Id}_E)$ .
- « TAF à partir de Rolle »

## Résultats à savoir démontrer

- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- $\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z + z'| \geq \left| |z| - |z'| \right|$
- $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \rightarrow ?$  par la nouvelle méthode (avec les équivalents)
- $\forall a > 1, a^n = o(n!)$  (sans la formule de Stirling)
- Si  $u_n \rightarrow +\infty$  et si  $u_n \sim v_n$ , alors  $\ln(u_n) \sim \ln(v_n)$
- Soient  $E, F$  des espaces vectoriels et soit  $(e_1, \dots, e_p)$  une base de  $E$ . Soit  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ . Alors,

$$f \text{ injectif} \iff (f(e_1), \dots, f(e_p)) \text{ libre.}$$

- $A \in \text{GL}_n(\mathbb{K}) \iff u_A \in \text{GL}(\mathbb{K}^n)$
- Présentation des projecteurs : définition, dessin, propriétés, preuves
- Présentation des symétries : définition, dessin, propriétés, preuves
- Théorème de Heine
- Théorème de Rolle
- TAF
- IAF complexe
- Contre-exemples du chapitre « Dérivation »
- Formule de Taylor avec reste intégral
- Inégalité de Taylor-Lagrange
- Formule de Taylor polynomiale
- Formule de Taylor Young
- Le lemme permettant la primitivation des DL
- $\forall x \in ]-1, 1], \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \ln(1+x)$