

DL, début des séries, un peu de dénombrement

La colle commencera par un petit exercice de dénombrement.

Développements limités

Même programme que précédemment

Séries

- Séries à coefficients réels ou complexes. Séries convergentes, divergentes, grossièrement divergentes.
- Comparaison séries-intégrales
- Séries géométriques, séries de Riemann, série harmonique, série harmonique alternée
- Séries à termes positifs (SATP)
- Critère de convergence par équivalence
- Séries absolument convergentes
- Critère de convergence par domination pour les séries ACV

Note pour les colleurs

Les séries alternées n'ont pas été vues, ni le critère de Riemann-Bertrand

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Relation de Pascal
- Définition de f convexe
- Inégalité de convexité de \ln , \exp et \sin
- Dérivées de \arcsin , \arccos , \arctan ; graphes
- Résultats autour des hyperplans
- Développements asymptotiques classiques ($\exp(t) = 1 + t + o(t)$, etc.)
- Formule de Taylor avec reste intégral
- Inégalité de Taylor-Lagrange
- Formule de Taylor polynomiale
- Le lemme permettant la primitivation des DL
- DL usuels

Petites preuves à savoir refaire automatiquement

- La partie entière est croissante. Raffinement de la croissance.
- Trouver le terme général d'une suite arithmético-géométrique.
- $E = \text{Ker}(p) \oplus \text{Im}(p)$ si p est un projecteur
- ($s \in \text{L}(E)$ et $s^2 = \text{Id}_E$) $\implies E = \text{Ker}(s - \text{Id}_E) \oplus \text{Ker}(s + \text{Id}_E)$.
- « TAF à partir de Rolle »
- Somme de $\sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n$ si $|\alpha| < 1$

Résultats à savoir démontrer

- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- $\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z + z'| \geq \left| |z| - |z'| \right|$
- $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \rightarrow ?$ par la nouvelle méthode (avec les équivalents)
- $\forall a > 1, a^n = o(n!)$ (sans la formule de Stirling)
- Si $u_n \rightarrow +\infty$ et si $u_n \sim v_n$, alors $\ln(u_n) \sim \ln(v_n)$
- Soient E, F des espaces vectoriels et soit (e_1, \dots, e_p) une base de E . Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Alors,

$$f \text{ injectif} \iff (f(e_1), \dots, f(e_p)) \text{ libre.}$$

- $A \in \text{GL}_n(\mathbb{K}) \iff u_A \in \text{GL}(\mathbb{K}^n)$
- Présentation des projecteurs : définition, dessin, propriétés, preuves
- Présentation des symétries : définition, dessin, propriétés, preuves
- TAF
- Inégalité de Taylor-Lagrange
- Formule de Taylor polynomiale
- Formule de Taylor Young
- Le lemme permettant la primitivation des DL
- $\forall x \in]-1, 1], \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \ln(1+x)$
- Développement asymptotique de la série harmonique à trois termes (pour les meilleurs)
- ACV \implies CV
- Deux SATP à termes généraux équivalents ont même nature