

Matrices et applications linéaires

La colle pourra porter aussi sur les tous les chapitres d'algèbre linéaire.

Matrices et applications linéaires

- Matrice d'un vecteur, matrice d'une famille.
- Matrice d'une application linéaire.
- Matrices de passage. Changement de base.
- Matrices semblables.
- Noyau et image d'une matrice. Une matrice de noyau nul est inversible.
- Rang d'une matrice.
- Matrices équivalentes.
- Toute matrice est équivalente à J_r .
- Le rang des colonnes d'une matrice égale le rang de ses lignes.
- Le rang d'une matrice est la taille maximale d'une matrice extraite inversible.

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Relation de Pascal
- Définition de f convexe
- Inégalité de convexité de \ln , \exp et \sin
- Dérivées de arcsin, arccos, arctan ; graphes
- Soient E, F des espaces vectoriels et soit (e_1, \dots, e_p) une base de E . Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Alors,

$$f \text{ injectif} \iff (f(e_1), \dots, f(e_p)) \text{ libre.}$$

- Formule de Taylor avec reste intégral
- Inégalité de Taylor-Lagrange
- Formule de Taylor polynomiale
- DL usuels
- Formule de changement de base

Petites preuves à savoir refaire automatiquement

- La partie entière est croissante. Raffinement de la croissance.
- $E = \text{Ker}(p) \oplus \text{Im}(p)$ si p est un projecteur
- $(s \in \mathcal{L}(E) \text{ et } s^2 = \text{Id}_E) \implies E = \text{Ker}(s - \text{Id}_E) \oplus \text{Ker}(s + \text{Id}_E)$.
- « TAF à partir de Rolle »
- Somme de $\sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n$ si $|\alpha| < 1$

Résultats à savoir démontrer

- $\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z + z'| \geq \left| |z| - |z'| \right|$
- $\forall a > 1, a^n = o(n!)$ (sans la formule de Stirling)
- Si $u_n \rightarrow +\infty$ et si $u_n \sim v_n$, alors $\ln(u_n) \sim \ln(v_n)$
- Présentation des projecteurs : définition, dessin, propriétés, preuves
- Critère pour les séries alternées
- Lemme de Steinitz
- Théorème et formule du rang
- $\dim(E \times F) = \dim(E) + \dim(F)$.
- $\text{rg}(f \circ g) \leq \text{rg}(f)$
- $\text{rg}(f \circ g) \leq \text{rg}(g)$
- Toute matrices est équivalente à J_r .
- Synthèse sur le rang d'une matrices (définition, propriétés, cas particuliers, etc.)