

— Semaine du lundi 30 septembre au vendredi 4 octobre —

Raisonnements, Ensembles, Début des sommes

Colle n° 3

Programme de la semaine de colle

Raisonnements

Révision de la semaine dernière.

Ensembles

Révision de la semaine dernière.

Coefficients binomiaux

Révision de la semaine dernière.

Nombres complexes

- Révisions de Terminale

Techniques algébriques

- Sommes Σ : sommes simples, changements de variables $\ell = k + 1$, $\ell = n - k$.
- Sommes télescopiques
- Sommes indexées par un ensemble I fini
- Sommes classiques
- Coefficients binomiaux
- Formule du binôme de Newton, formule de Bernoulli
- Produits
- Sommes doubles « rectangulaires »

Note pour les colleurs

Les sommes doubles à deuxième borne variable (du type « $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i$ ») n'ont pas encore été vues.

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Négation d'assertions quantifiées
- Définition de « f (strictement) croissante »
- Principe de récurrence (sous la forme d'un théorème)
- Principe de récurrence forte (sous la forme d'un théorème)
- Définition de $\binom{n}{k}$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli

Résultats à savoir démontrer

- $\forall n \in \mathbb{N}, n \text{ pair} \iff n^2 \text{ pair}$
- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
- $\forall f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \exists g \text{ paire}, \exists h \text{ impaire} : f = g + h$ (sans l'unicité)
- Soit $a \in \mathbb{R}$. Alors, $(\forall \varepsilon > 0, |a| \leq \varepsilon) \iff a = 0$.
- Unicité dans la division euclidienne
- Soit $a \neq 1$. Alors, $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n a^k = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$.
- $\forall x > 0, x + \frac{1}{x} \geq 2$
- La racine fonction racine carrée est strictement croissante
- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- Formule des « capitaines » : démonstration combinatoire
- $\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in \llbracket 0, n \rrbracket, \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ par récurrence
- Formule du binôme de Newton
- Formule de Bernoulli