

## Nombres complexes

Colle n° 5

### Nombres complexes

- Nombres complexes : rappels de Terminale
- Inégalités triangulaires
- Symbole  $e^{i\theta}$ , forme exponentielle, arguments d'un nombre complexe
- Exponentielle complexe : définition, surjectivité sur  $\mathbb{C}^*$ , « noyau »
- $\mathbb{U}$  et  $\mathbb{U}_n$ , somme des racines  $n$ -ièmes de l'unité
- Équations du second degré,  $z^n = a$ , extraction de «  $\mathbb{C}$ -racine carrée »
- Systèmes somme-produit, relations coefficients-racines (en degré 2)
- Complexes et géométrie

#### Note pour les colleurs

Les techniques de linéarisation et de délinéarisation n'ont pas encore été vues.

### Questions de cours

#### Résultats à savoir énoncer

- Négation de  $P \implies Q$
- Définition de «  $f$  (strictement) croissante »
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire
- Formules de duplication de cos, de sin et de tan
- Dérivées de cos, de sin et de tan

#### Résultats à savoir démontrer

- $\forall f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \exists g$  paire,  $\exists h$  impaire :  $f = g + h$  (sans l'unicité)
- Soit  $a \neq 1$ . Alors,  $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n a^k = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$ .
- $\forall x > 0, x + \frac{1}{x} \geq 2$
- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- Formule des « capitaines » : démonstration combinatoire
- $\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in \llbracket 0, n \rrbracket, \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  par récurrence
- Formule du binôme de Newton
- Formule de Bernoulli
- $\forall z \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(z) \leq |z|$
- Inégalité triangulaire
- $\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z - z'| \geq |z| - |z'|$
- Formule donnant les solutions de  $az^2 + bz + c = 0$