

— Semaine du lundi 25 novembre au vendredi 29 novembre —

Analyse, Convexité et Groupes

Colle n° 9

Analyse

- Démonstration d'inégalités grâce à l'étude de fonctions
- Combat de fonctions en $+\infty$

Convexité

Révision des semaines passées.

Groupes

- Monoïdes
- Groupes, sous-groupes
- Groupe produit
- Morphismes, endomorphismes, isomorphismes, automorphismes
- Noyau, image
- Groupe engendré par une partie

Note pour les colleurs

L'étude des groupes finis, la notion d'ordre d'un élément n'ont pas été vus en cours. La définition donnée d'un groupe est (G, \cdot, e) tel que...

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire
- Dérivabilité de f^{-1} et expression de la dérivée
- Définition de f convexe
- Inégalité de convexité de \ln , \exp et \sin
- Dérivées de \arcsin , \arccos ; graphes

Résultats à savoir démontrer

- $\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z - z'| \geq |z| - |z'|$
- Formule donnant les solutions de $az^2 + bz + c = 0$
- $g \circ f$ injective \implies ? (avec les bonnes hypothèses)
- Résultats analogues pour les surjections
- Formule donnant $(f^{-1})'$
- $[a, b] = \left\{ ta + (1 - t)b ; t \in [0, 1] \right\}$
- Inégalité de Jensen
- f' croissante $\implies f$ convexe
- arcsin est impaire
- $\arcsin + \arccos = \frac{\pi}{2}$: démonstration sans utiliser la dérivation
- L'image directe d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe
- L'image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe
- φ injectif si, et seulement si, $\text{Ker}(\varphi) = \{e_G\}$