— Semaine du lundi 16 décembre au vendredi 20 décembre —

Nombres réels et Calcul intégral

Colle n° 12

La colle inclura un calcul d'intégrale par changement de variable et/ou par IPP.

Programme de la semaine de colle

Nombres réels

- Minorants, majorants, plus petit élément (minimum), plus grand élément (maximum)
- Borne inférieure, borne supérieure
- Propriété de la borne supérieure de $\mathbb{R}$
- Adhérence à la partie (« à la ε ») de la borne supérieure/inférieure
- Densité de A dans $\mathbb{R}$
- Nombres décimaux $\mathbb{D}$. Densité de $\mathbb{D}$ et $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$.
- Densité de $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$
- Partie entière d'un réel x (notée $\lfloor x \rfloor$), partie fractionnaire
- Les parties convexes de $\mathbb{R}$ sont les intervalles.

Calcul intégral

Même programme que la semaine dernière.

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire
- Dérivabilité de f^{-1} et expression de la dérivée
- Inégalité de convexité de $\ln$, $\exp$ et $\sin$
- Dérivées de arcsin, arccos ; graphes
- Expression du coefficient « en X^k » de $P \times Q$
- Interpolation de Lagrange
- Définition de « A est dense dans $\mathbb{R}$ »
- Adhérence à la partie (« à la ε ») de la borne supérieure/inférieure

Résultats à savoir démontrer

- Formule donnant $(f^{-1})'$
- $[a,b] = \left\{ ta + (1-t)b \ ; \ t \in [0,1] \right\}$
- φ injectif si, et seulement si, $\mathsf{Ker}(\varphi) = \{e_G\}$
- Division euclidienne polynomiale : unicité
- Division euclidienne polynomiale : existence
- $P(\alpha) = 0 \iff \exists Q : P = (X - \alpha)Q$
- $X^n - 1 = \displaystyle\prod_{\omega \in \mathbb{U}_n} (X - \omega)$
- Présentation de la partie entière
- I convexe $\implies$ I intervalle : démonstration d'un des neuf cas.
- Soit $A \subset \mathbb{R}$. Alors, les assertions suivantes sont équivalentes :
  (i) A est dense dans $\mathbb{R}$
  (ii) $\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x < y \implies \exists a \in A : x \leqslant a \leqslant y$
  (iii) $\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x < y \implies \exists a \in A : x < a < y$