— Semaine du lundi 6 janvier au vendredi 10 janvier —

Suites

Colle n° 13

La colle pourra aussi porter sur les nombres réels.

Programme de la semaine de colle

Suites

- Propriété vraies « à partir d'un certain rang », notée « APCR ».
- Suites arithmético-géométriques, Suites récurrentes d'ordre 2
- Suites convergentes (notation privilégiée : $u_n \longrightarrow \ell$) ; opérations sur les limites
- Suites tendant vers $+\infty$ et $-\infty$
- Suites extraites. Si $u_n \longrightarrow \ell$, toute suite extraite de $(u_n)_n$ tend vers ℓ
- Passage à la limite dans les inégalités larges
- Théorèmes d'existence de limites (théorème « des gendarmes », theorème « de la limite monotone »). Suites adjacentes.
- Point de vue séquentiel sur la densité et la borne supérieure
- Théorème de Bolzano-Weierstrass

Note pour les colleurs
Le langage des équivalents et des « petits o » n'a pas encore été vu.

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire
- Dérivabilité de f^{-1} et expression de la dérivée
- Inégalité de convexité de ln, exp et sin
- Dérivées de arcsin, arccos ; graphes
- Expression du coefficient « en X^k » de $P \times Q$
- Interpolation de Lagrange
- Définition de « A est dense dans $\mathbb{R}$ »
- Adhérence à la partie (« à la ε ») de la borne supérieure/inférieure

Résultats à savoir démontrer

- Formule donnant $(f^{-1})'$
- $[a,b] = \Big\{ ta + (1-t)b \ ; \ t \in [0,1] \Big\}$
- φ injectif si, et seulement si, $\mathsf{Ker}(\varphi) = \{e_G\}$
- Division euclidienne polynomiale : unicité
- Division euclidienne polynomiale : existence
- $P(\alpha) = 0 \iff \exists Q : P = (X - \alpha)Q$
- $X^n - 1 = \prod\limits_{\omega \in \mathbb{U}_n} (X - \omega)$
- Présentation de la partie entière
- I convexe $\implies$ I intervalle : démonstration d'un des neuf cas.
- Soit $A \subset \mathbb{R}$. Alors, les assertions suivantes sont équivalentes :
  (i) A est dense dans $\mathbb{R}$
  (ii) $\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x < y \implies \exists a \in A : x \leqslant a \leqslant y$
  (iii) $\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x < y \implies \exists a \in A : x < a < y$
- Théorème de Bolzano-Weierstrass
- A est dense dans $\mathbb{R}$ si, et seulement si, $\forall x \in \mathbb{R}, \ \exists (a_n)_n \in A^{\mathbb{N}} \ ; \ a_n \longrightarrow x$