— Semaine du lundi 3 mars au vendredi 7 mars —

Algèbre linéaire générale (*ie* sans dimension)

Colle n° 19

- Cette semaine en particulier, la colle pourra ne pas avoir de question de cours.
- Les élèves ayant eu un DS sur l'algèbre linéaire samedi, ils sont censés être à l'aise sur ce thème.

Matrices

Même programme que les semaines précédentes.

Espaces vectoriels

Même programme que les semaines précédentes.

Applications linéaires

Même programme que la semaine précédente ainsi que :

- Symétries
- Hyperplans et formes linéaires

Note pour les colleurs
La théorie de la dimension n'a pas encore été vue !

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Inégalités de convexité de $\ln$, $\exp$ et $\sin$
- Interpolation de Lagrange
- $\mathsf{E}_{i,j} \times \mathsf{E}_{k,\ell} = ?$
- Résultats autour des hyperplans

Petites preuves à savoir refaire automatiquement

- La partie entière est croissante. Raffinement de la croissance.
- Trouver le terme général d'une suite arithmético-géométrique.

Résultats à savoir démontrer

- A est dense dans $\mathbb{R}$ si, et seulement si, $\forall x \in \mathbb{R},\ \exists (a_n)_n \in A^{\mathbb{N}} : a_n \longrightarrow x$
- Soit A majorée et non vide. Alors, il existe une suite $(a_n)_n \in A^{\mathbb{N}}$, croissante, telle que $a_n \longrightarrow \sup(A)$.
- $\forall a > 1,\ a^n = \mathrm{o}(n!)$ (sans la formule de Stirling)
- A inversible $\implies \mathsf{Ker}(A) = \{0_{n,1}\}$
- Soient E, F des espaces vectoriels et soit $(e_1, \dots, e_p)$ une base de E. Soit $f \in \mathsf{L}(E, F)$. Alors,

$$f \text{ injectif} \iff \big(f(e_1), \dots, f(e_p)\big) \text{ libre.}$$

- $A \in \mathsf{GL}_n(\mathbb{K}) \iff \mathsf{u}_A \in \mathsf{GL}(\underline{\mathbb{K}}^n)$
- $\mathsf{Im}(g \circ f) = \cdots ?$
- On peut définir une application linéaire « par décret » sur une base : explication, énoncé précis et preuves
- Présentation des projecteurs : définition, dessin, propriétés, preuves
- Si p est un projecteur de E, $E = \mathsf{Im}(p) \oplus \mathsf{Ker}(p)$
- Équivalence des deux points de vue sur les hyperplans