— Semaine du lundi 19 mai au vendredi 25 mai —

Dimension

Colle n° 27

Dimension

- Théorème de la base incomplète, théorème de la base extraite.
- Espaces vectoriels de dimension finie. Dimension.
- Sous-espaces vectoriels en dimension finie.
- Existence de bases, de supplémentaires.
- Applications linéaires de rang fini, rang, propriétés du rang.
- Théorème du rang.
- Formule de Grassman.
- Dimension et sommes directes.
- Dimension de $E \times F$, de $\mathsf{L}(E, F)$

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Inégalités de convexité de ln, exp et sin
- Interpolation de Lagrange
- $\mathsf{E}_{i,j} \times \mathsf{E}_{k,\ell} = ?$
- Caractérisation séquentielle de la continuité
- Développements asymptotiques classiques ($\mathsf{exp}(t) = 1 + t + \mathsf{o}(t)$, etc.)

Petites preuves à savoir refaire automatiquement

- La partie entière est croissante. Raffinement de la croissance.
- Trouver le terme général d'une suite arithmético-géométrique
- $E = \mathsf{Ker}(p) \oplus \mathsf{Im}(p)$ si p est un projecteur
- $\big(s \in \mathsf{L}(E) \text{ et } s^2 = \mathsf{Id}_E\big) \implies E = \mathsf{Ker}(s - \mathsf{Id}_E) \oplus \mathsf{Ker}(s + \mathsf{Id}_E)$
- « TAF à partir de Rolle »

Résultats à savoir démontrer

- A est dense dans $\mathbb{R}$ si, et seulement si, $\forall x \in \mathbb{R},\ \exists (a_n)_n \in A^{\mathbb{N}} : a_n \longrightarrow x$
- Soient E, F des espaces vectoriels et soit $(e_1, \ldots, e_p)$ une base de E. Soit $f \in \mathsf{L}(E, F)$. Alors,
$$f \text{ injectif} \iff \big(f(e_1), \ldots, f(e_p)\big) \text{ libre.}$$
- Si p est un projecteur de E, $E = \mathsf{Im}(p) \oplus \mathsf{Ker}(p)$
- Lemme de Steinitz
- Théorème et formule du rang
- $\mathsf{dim}\big(E \times F\big) = \mathsf{dim}(E) + \mathsf{dim}(F)$.
- $f \in \mathsf{L}(E)$ injective $\implies f \in \mathsf{L}(E)$ isomorphisme, quand E est de dimension finie.
- $\mathsf{rg}(f \circ g) \leqslant \mathsf{rg}(f)$
- $\mathsf{rg}(f \circ g) \leqslant \mathsf{rg}(g)$