— Semaine du lundi 22 septembre au vendredi 26 septembre —

Raisonnements, Ensembles

Colle n° 2

- On posera (encore) un exercice faisant intervenir une analyse-synthèse, en insistant sur la bonne rédaction.
- On insistera sur la maîtrise des « preuves automatiques » et les réflexes de mise en place de raisonnement (Montrer une assertion « $\forall x \in E, \dots$ », une implication, une inclusion, une équivalence, etc.)
- Par exemple, les élèves doivent savoir démontrer parfaitement des résultats du type

$$E \subset F \iff E \cap F = E \iff E \cup F = F.$$

$$\begin{cases} A \cup B \subset A \cup C \\ A \cap B \subset A \cap C \end{cases} \implies B \subset C$$

$$\begin{cases} A \subset B \cap C \\ B \cup C \subset A \cap C \end{cases} \implies A = B = C$$

Programme de la semaine de colle

Raisonnements

Révision de la semaine dernière.

Ensembles

- Union, intersection, différence, $\mathscr{P}(E)$, produit cartésien, familles
- Unions et intersections quelconques

Note pour les colleurs
Les applications $f : E \longrightarrow F$ n'ont pas encore été vues

Coefficients binomiaux

- Définition combinatoire de $\binom{n}{k}$ pour $n \in \mathbb{N}$ et $k \in \mathbb{Z}$
- Formule de Pascal
- Expression des coefficients binomiaux avec des factorielles
- Formules des capitaines et d'absorption

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Négation d'assertions quantifiées
- Définition de « f (strictement) croissante »
- Principe de récurrence (sous la forme d'un théorème)
- Principe de récurrence forte (sous la forme d'un théorème)
- Définition de $\binom{n}{k}$
- Relation de Pascal

Résultats à savoir démontrer

- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
- $\forall f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ \exists g$ paire, $\exists h$ impaire : $f = g + h$ (sans l'unicité)
- Soit $a \in \mathbb{R}$. Alors, $(\forall \varepsilon > 0,\ |a| \leqslant \varepsilon) \iff a = 0$.
- Unicité dans la division euclidienne
- Soit $a \neq 1$. Alors, $\forall n \in \mathbb{N}, \displaystyle\sum_{k=0}^{n} a^k = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$.
- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- Formule des « capitaines » : démonstration combinatoire
- $\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in [\![0, n]\!],\ \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ par récurrence