Sommes et début des complexes

Programme de la semaine de colle

Techniques algébriques

Révision de la semaine dernière (coefficients binomiaux, sommes, sommes doubles, produits, etc.).

Nombres complexes

- Nombres complexes : rappels de Terminale
- Inégalités triangulaires
- Symbole $e^{i\theta}$, forme exponentielle, arguments d'un nombre complexe
- Exponentielle complexe : définition, surjectivité sur $\mathbb{C}^*$, « noyau »
- $\mathbb{U}$

Note pour les colleurs

Attention : les points suivants n'ont pas encore été traités et ne pourront pas faire l'objet d'exercices.

- 1) $\mathbb{U}_n$, somme des racines n -ièmes de l'unité
- 2) Équations du second degré, $z^n = a$, extraction de « $\mathbb{C}$ -racine carrée »
- 3) Systèmes somme-produit, relations coefficients-racines (en degré 2)
- 4) Complexes et géométrie

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Définition de $\binom{n}{k}$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire
- Formules de duplication de cos, de sin et de tan
- Dérivées de cos, de sin et de tan

Résultats à savoir démontrer

- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
- $\forall f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \exists g$ paire, $\exists h$ impaire : $f = g + h$ (sans l'unicité)
- Soit $a \in \mathbb{R}$. Alors, $(\forall \varepsilon > 0, |a| \leq \varepsilon) \iff a = 0$.
- Unicité dans la division euclidienne
- Soit $a \neq 1$. Alors, $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n a^k = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$.
- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- Formule des « capitaines » : démonstration combinatoire
- $\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in \llbracket 0, n \rrbracket, \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ par récurrence
- Formule du binôme de Newton
- Formule de Bernoulli
- $\forall z \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(z) \leq |z|$
- Inégalité triangulaire
- $\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z - z'| \geq |z| - |z'|$