— Semaine du lundi 13 octobre au vendredi 17 octobre —

Nombres complexes

La colle devra inclure l'extraction d'une $\mathbb{C}$-racine carrée.

Programme de la semaine de colle

Nombres complexes

- Nombres complexes : rappels de Terminale
- Inégalités triangulaires
- Symbole $e^{i\theta}$, forme exponentielle, arguments d'un nombre complexe
- Exponentielle complexe : définition, surjectivité sur $\mathbb{C}^*$, « noyau »
- $\mathbb{U}$ et $\mathbb{U}_n$, somme des racines n-ièmes de l'unité
- Équations du second degré, $z^n = a$, extraction de « $\mathbb{C}$-racine carrée »
- Systèmes somme-produit, relations coefficients-racines (en degré 2)
- Complexes et géométrie

Note pour les colleurs
Les techniques de linéarisation et de délinéarisation n'ont pas encore été vues.

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Définition de $\binom{n}{k}$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire
- Formules de duplication de $\cos$, de $\sin$ et de $\tan$
- Dérivées de $\cos$, de $\sin$ et de $\tan$

Résultats à savoir démontrer

- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
- $\forall f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ \exists g$ paire, $\exists h$ impaire : $f = g + h$ (sans l'unicité)
- Soit $a \in \mathbb{R}$. Alors, $(\forall \varepsilon > 0,\ |a| \leqslant \varepsilon) \iff a = 0$.
- Unicité dans la division euclidienne
- Soit $a \neq 1$. Alors, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a^k = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$.
- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- Formule des « capitaines » : démonstration combinatoire
- $\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in [\![0, n]\!],\ \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ par récurrence
- Formule du binôme de Newton
- Formule de Bernoulli
- $\forall z \in \mathbb{C},\ \mathsf{Re}(z) \leqslant |z|$
- Inégalité triangulaire
- $\forall z, z' \in \mathbb{C},\ |z - z'| \geqslant |z| - |z'|$
- Formule donnant les solutions de $az^2 + bz + c = 0$