

— Semaine du lundi 10 novembre au vendredi 14 novembre —

Analyse des fonctions du lycée

Convexité

Colle n° 7

La colle inclura la démonstration d'une inégalité impliquant l'étude d'une fonction.

Programme de la semaine de colle

Fonctions réelles

- Fonctions usuelles vues au lycée

Convexité

- Cas général
- Cas dérivable, cas \mathcal{D}^2
- Inégalité de Jensen
- Application à \ln , \exp et \sin

Note pour les colleurs

L'expression a^x n'a pas encore été définie ni étudiée.

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire
- Formules de duplication de \cos , de \sin et de \tan
- Dérivées de \cos , de \sin et de \tan
- Dérivabilité de f^{-1} et expression de la dérivée
- Définition de f convexe

Résultats à savoir démontrer

- Unicité dans la division euclidienne
- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- Formule des « capitaines » : démonstration combinatoire
- $\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in \llbracket 0, n \rrbracket, \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ par récurrence
- $\forall z \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(z) \leq |z|$
- $\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z - z'| \geq |z| - |z'|$
- $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ avec les bonnes hypothèses
- $g \circ f$ injective \implies ? (avec les bonnes hypothèses)
- Résultats analogues pour les surjections
- Formule donnant $(f^{-1})'$
- $[a, b] = \left\{ ta + (1 - t)b ; t \in [0, 1] \right\}$
- f' croissante $\implies f$ convexe
- Lemmes des trois pentes
- Une fonction dérivable convexe est au-dessus de ses tangentes