— Semaine du lundi 17 novembre au vendredi 21 novembre —

Analyse des fonctions
Convexité
Trigonométrie hyperbolique
Trigonométrie réciproque

Colle n° 8

La colle inclura :

- un « combat de fonctions » en $+\infty$
- la démonstration d'une inégalité impliquant l'étude d'une fonction.

Fonctions réelles

- Fonctions usuelles vues au lycée
- Puissances a^x
- $f(x) = \mathrm{o}(g(x))$ quand $x \to +\infty$

Convexité

Même programme que la semaine passée

Trigonométrie réciproque

- $\arcsin$, $\arccos$ et $\arctan$

Trigonométrie hyperbolique

- $\sinh$, $\cosh$ et $\tanh$

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire
- Formules de duplication de $\cos$, de $\sin$ et de $\tan$
- Dérivées de $\cos$, de $\sin$ et de $\tan$
- Dérivabilité de f^{-1} et expression de la dérivée
- Définition de f convexe
- Inégalité de convexité de $\ln$, $\exp$ et $\sin$
- Dérivées de $\arcsin$, $\arccos$; graphes

Résultats à savoir démontrer

- Unicité dans la division euclidienne
- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- Formule des « capitaines » : démonstration combinatoire
- $\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in [\![0, n]\!],\ \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ par récurrence
- $\forall z \in \mathbb{C},\ \mathsf{Re}(z) \leqslant |z|$
- $\forall z, z' \in \mathbb{C},\ |z - z'| \geqslant |z| - |z'|$
- $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ avec les bonnes hypothèses
- $g \circ f$ injective $\implies$? (avec les bonnes hypothèses)
- Résultats analogues pour les surjections
- Formule donnant $(f^{-1})'$
- $[a, b] = \Big\{ ta + (1-t)b\ ;\ t \in [0, 1] \Big\}$
- f' croissante $\implies$ f convexe
- Lemmes des trois pentes
- Une fonction dérivable convexe est au-dessus de ses tangentes
- arcsin est impaire
- $\mathsf{arcsin} + \mathsf{arccos} = \widetilde{\frac{\pi}{2}}$: démonstration sans utiliser la dérivation