— Semaine du lundi 24 novembre au vendredi 28 novembre —

Analyse

Colle nº 9

Programme de la semaine de colle

Révision des programmes précédents.

Par ordre d'importance :

- Démonstration d'inégalités via des études de fonctions
- Combat de fonctions en $+\infty$
- Convexité
- Trigonométrie réciproque
- Trigonométrie hyperbolique

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Formules de duplication de cos, de sin et de tan
- Dérivabilité de f^{-1} et expression de la dérivée
- \bullet Définition de f convexe
- Inégalités de convexité de ln, exp et sin
- Dérivées de arcsin, arccos; graphes

Résultats à savoir démontrer

- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- $\forall z \in \mathbb{C}, \ \mathsf{Re}(z) \leqslant |z|$
- $\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z z'| \geqslant |z| |z'|$
- $g \circ f$ injective \implies ? (avec les bonnes hypothèses)
- Résultats analogues pour les surjections
- Formule donnant $(f^{-1})'$
- $[a,b] = \{ta + (1-t)b ; t \in [0,1]\}$
- f' croissante $\implies f$ convexe
- Lemmes des trois pentes
- Une fonction dérivable convexe est au-dessus de ses tangentes
- arcsin est impaire
- $\arcsin + \arccos = \frac{\widetilde{\pi}}{2}$: démonstration sans utiliser la dérivation
- L'image directe d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe
- L'image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe
- Pour les morphismes de groupes : φ injectif si, et seulement si, $Ker(\varphi) = \{e_G\}$
- Sous-groupe engendré par une partie : présentation et résultats

Colle n° 9 – Analyse