— Semaine du lundi 1er décembre au vendredi 5 décembre —

Groupes, anneaux, corps
Révisions sur l'intégration

Colle n° 10

La colle inclura un calcul d'intégrale, n'utilisant que les connaissances du lycée.
Les intégrales n'ont pas encore été vues en classe.

Programme de la semaine de colle

Groupes

- Groupes, sous-groupes
- Groupe produit
- Morphismes, endomorphismes, isomorphismes, automorphismes
- Noyau, image
- Sous-groupe engendré par une partie

Note pour les colleurs
L'étude des groupes finis, la notion d'ordre d'un élément n'ont pas été vus en cours. La définition donnée d'un groupe est $(G, \cdot, e)$ tel que...

Anneaux, corps

- Anneaux, anneaux commutatifs, anneaux intègres, corps
- Formules de Newton et Bernoulli
- Morphismes, endomorphismes, isomorphismes, automorphismes
- Inversibles d'un anneaux
- L'anneau $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \times, \overline{0}, \overline{1})$

Note pour les colleurs
Par définition, tous les anneaux et morphismes sont unitaires ; l'anneau nul est un anneau. Les corps sont commutatifs. La notion de caractéristique n'a pas été vue. Les idéaux n'ont pas été vus. La définition d'un anneau est $(R, +, \times, 0, 1)$ tel que...

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Formules de duplication de $\cos$, de $\sin$ et de $\tan$
- Dérivabilité de f^{-1} et expression de la dérivée
- Définition de f convexe
- Inégalités de convexité de $\ln$, $\exp$ et $\sin$
- Dérivées de $\arcsin$, $\arccos$; graphes

Résultats à savoir démontrer

- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- $\forall z \in \mathbb{C},\ \mathsf{Re}(z) \leqslant |z|$
- $\forall z, z' \in \mathbb{C},\ |z - z'| \geqslant |z| - |z'|$
- $g \circ f$ injective $\implies$? (avec les bonnes hypothèses)
- Résultats analogues pour les surjections
- Formule donnant $(f^{-1})'$
- $[a, b] = \Big\{ ta + (1-t)b \ ;\ t \in [0,1] \Big\}$
- f' croissante $\implies$ f convexe
- Lemmes des trois pentes
- Une fonction dérivable convexe est au-dessus de ses tangentes
- $\arcsin$ est impaire
- $\arcsin + \arccos = \widetilde{\frac{\pi}{2}}$: démonstration sans utiliser la dérivation
- L'image directe d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe
- L'image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe
- Pour les morphismes de groupes : φ injectif si, et seulement si, $\mathsf{Ker}(\varphi) = \{e_G\}$
- Sous-groupe engendré par une partie : présentation et résultats
- Un morphisme φ injectif si, et seulement si, $\mathsf{Ker}(\varphi) = \{e_G\}$