— Semaine du lundi 5 janvier au vendredi 9 janvier —

Calcul intégral, Nombres réels, Début des suites

Colle n° 13

La colle inclura un calcul d'intégrale par changement de variable et/ou par IPP.

Programme de la semaine de colle

Calcul intégral

Même programme que précédemment.

Note pour les colleurs
La pratique des IPP et des changements de variable se fait sans justification invoquant les bons caractères $\mathscr{C}^1$.

Nombres réels

- Minorants, majorants, plus petit élément (minimum), plus grand élément (maximum)
- Supremum (aussi appelé borne supérieure) et infimum (aussi appelé borne inférieure)
- Propriété fondamentale de $\mathbb{R}$
- Adhérence à la partie (« à la ε ») du supremum et de l'infimum
- Densité de A dans $\mathbb{R}$
- Nombres décimaux $\mathbb{D}$. Densité de $\mathbb{D}$ et $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$.
- Densité de $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$
- Partie entière d'un réel x (notée $\lfloor x \rfloor$), partie fractionnaire
- Les parties convexes de $\mathbb{R}$ sont les intervalles.

Suites

- Propriété vraies « à partir d'un certain rang », notée « APCR ».
- Suites arithmético-géométriques
- Suites récurrentes d'ordre 2
- Suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$ (étudiées en autonomie sur polycopié)
- Suites convergentes (notation privilégiée : $u_n \longrightarrow \ell$) ; opérations sur les limites
- Suites tendant vers $+\infty$ et $-\infty$
- Suites extraites.
- Passage à la limite dans les inégalités larges

Note pour les colleurs
Le théorème « de la limite monotone », les suites adjacentes et le théorème de Bolzano-Weierstrass n'ont pas encore été vus. Le point de vue séquentiel sur la densité et la borne supérieure n'ont pas encore été vus.

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Relation de Pascal
- Inégalités triangulaires (simple, négative, généralisée, renversée, bilatérale)
- Formules de duplication de $\cos$, de $\sin$ et de $\tan$
- Définition de f convexe
- Inégalités de convexité de $\ln$, $\exp$ et $\sin$
- Dérivées de $\arcsin$, $\arccos$; graphes
- Expression du coefficient « en X^k » de $P \times Q$
- Interpolation de Lagrange
- Adhérence à la partie (« à la ε ») du supremum (et/ou de l'infimum)

Résultats à savoir démontrer

- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- $\forall z, z' \in \mathbb{C},\ |z - z'| \geqslant |z| - |z'|$
- $g \circ f$ injective $\implies$? (avec les bonnes hypothèses)
- Résultats analogues pour les surjections
- Division euclidienne polynomiale : unicité
- $P(\alpha) = 0 \iff \exists Q \in \mathbb{K}[X] : P = (X - \alpha)Q$
- $X^n - 1 = \prod_{\omega \in \mathbb{U}_n} (X - \omega)$
- Toute partie majorée et non vide de $\mathbb{Z}$ admet un maxium
- Définition de la partie entière
- Croissance de la partie entière
- I convexe $\implies$ I intervalle : démonstration d'un des neuf cas.
- Soit $A \subset \mathbb{R}$. Alors, les assertions suivantes sont équivalentes :
  (i) A est dense dans $\mathbb{R}$
  (ii) $\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x < y \implies \exists a \in A : x \leqslant a \leqslant y$
  (iii) $\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x < y \implies \exists a \in A : x < a < y$