

— Semaine du lundi 16 mars au vendredi 20 mars —

Dérivation

Colle n° 21

La colle pourra aussi porter sur la continuité.

Programme de la semaine de colle

Dérivation

- Nombre dérivé, fonction dérivée. Tangente. $\mathcal{D}(I, \mathbb{R})$. Dérivée à droite et à gauche.
- Opérations sur les dérivées. Dérivation de la réciproque d'une fonction bijective. Formule de Leibniz.
- $\mathcal{C}^n(I, \mathbb{R}), \mathcal{C}^\infty(I, \mathbb{R})$.
- $\mathcal{C}^1(I, \mathbb{R}) \neq \mathcal{D}(I, \mathbb{R})$
- Extension aux fonctions à valeurs dans $\mathbb{C}$.
- Extremum local. Lemme de l'extremum local.
- Théorème de Rolle
- Théorème des accroissements finis
- Inégalités des accroissements finis : cas réel, cas complexe
- Théorème de la limite de la dérivée.

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Relation de Pascal
- Inégalités de convexité de $\ln$, $\exp$ et $\sin$
- Interpolation de Lagrange
- Adhérence à la partie (« à la ε ») du supremum (et/ou de l'infimum)
- Caractérisation séquentielle de la continuité
- Développements asymptotiques classiques ($\exp(t) = 1 + t + o(t)$, etc.)
- Théorème de la limite de la dérivée.

Résultats à savoir démontrer

- $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$
- Soient E, F des espaces vectoriels et soit $(e_1, \dots, e_p)$ une base de E . Soit $f \in L(E, F)$. Alors,

$$f \text{ injectif} \iff (f(e_1), \dots, f(e_p)) \text{ libre.}$$

- $A \in \text{GL}_n(\mathbb{K}) \iff u_A \in \text{GL}(\mathbb{K}^n)$
- Si p est un projecteur de E , $E = \text{Im}(p) \oplus \text{Ker}(p)$
- Si s est une symétrie de E , $E = \text{Ker}(s - \text{Id}_E) \oplus \text{Ker}(s + \text{Id}_E)$
- TVI
- Une fonction continue sur un segment y est bornée
- Une fonction continue et injective est strictement monotone
- Théorème de Heine
- Théorème de Rolle
- TAF
- IAF complexe
- Contre-exemples du chapitre « Dérivation »
- Théorème de la limite de la dérivée.