— Semaine du lundi 8 juin au vendredi 12 juin —

Espaces préhilbertiens réels

Colle n° 29

Programme de la semaine de colle

Espaces préhilbertiens réels

- Produits scalaires
- Inégalité de Cauchy-Schwarz
- Orthogonal d'une partie
- Existence de bases orthonormales en dimension finie
- Projection orthogonale sur un sous-espace admettant un supplémentaire orthogonal
- Distance à un sous-espace vectoriel admettant un supplémentaire orthogonal
- Orthonormalisation de Gram-Schmidt

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Inégalités de convexité de ln, exp et sin
- Formule de Taylor avec reste intégral
- Inégalité de Taylor-Lagrange
- Formule de changement de base
- Formule de la projection orthogonale sur une BON
- Formule de la projection orthogonale sur une BOG
- Savoir retrouver les formules d'orthonormalisation de Gram-Schmidt

Résultats à savoir démontrer

- $\mathsf{dim}\big(E \times F\big) = \mathsf{dim}(E) + \mathsf{dim}(F)$.
- $\mathsf{rg}(f \circ g) \leqslant \mathsf{rg}(f)$
- $\mathsf{rg}(f \circ g) \leqslant \mathsf{rg}(g)$
- Toute matrices est équivalente à J_r
- Si $\mathscr{F}$ est une famille finie orthogonale de vecteurs non nuls alors $\mathscr{F}$ est libre.
- $E^\perp = \{0_E\}$
- Si $(e_i)_i$ BON alors, $\forall x \in E,\ x = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} (x \,|\, e_i) e_i$.
- Si $(e_i)_i$ BON alors, $\forall x \in E,\ \|x\|^2 = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i^2$.
- Inégalité de Cauchy-Schwarz
- Soit F un sous-espace vectoriel de dimension finie de E. Alors, $F \oplus F^\perp = E$.
- Soit F un sous-espace vectoriel de dimension finie de E. Alors, $\mathsf{inf}_{f \in F} \|x - f\| = \|x - \mathsf{p}_F(x)\|$