— Semaine du lundi 15 juin au vendredi 22 juin —

Probabilités et Variables aléatoires

Colle n° 30

Programme de la semaine de colle

Probabilités

- Événements certain, impossible, négligeable, quasi certain, presque sûr.
- Événements incompatibles. Événement contraire.
- Systèmes complets d'événements
- Probabilité conditionnelle. Notation $\mathsf{P}_B(A)$ ou $\mathsf{P}(A \mid B)$.
- Événements A et B indépendants
- Famille d'événements $(A_1, \dots, A_n)$ (mutuellement) indépendants

Variables aléatoires

- Variables aléatoires, loi d'une variable aléatoire
- Espérance, variance, covariance
- Famille de VA indépendantes
- Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev
- Lois usuelles : Bernoulli, binomiales, uniformes

Résultats à savoir démontrer

- $\mathsf{dim}\big(E \times F\big) = \mathsf{dim}(E) + \mathsf{dim}(F)$.
- $\mathsf{rg}(f \circ g) \leqslant \mathsf{rg}(f)$
- $\mathsf{rg}(f \circ g) \leqslant \mathsf{rg}(g)$
- Si $\mathscr{F}$ est une famille finie orthogonale de vecteurs non nuls alors $\mathscr{F}$ est libre.
- $E^\perp = \{0_E\}$
- Si $(e_i)_i$ BON alors, $\forall x \in E,\ x = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} (x \mid e_i) e_i$.
- Si $(e_i)_i$ BON alors, $\forall x \in E,\ \|x\|^2 = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i^2$.
- Inégalité de Cauchy-Schwarz
- Soit F un sous-espace vectoriel de dimension finie de E. Alors, $F \oplus F^\perp = E$.
- Soit F un sous-espace vectoriel de dimension finie de E. Alors, $\mathsf{inf}_{f \in F} \|x - f\| = \|x - \mathsf{p}_F(x)\|$
- Formule de König-Huygens
- Inégalité de Markov
- Inégalité de Bienaymé-Tchebytchev