

— Semaine du lundi 21 septembre au vendredi 25 septembre —

## Raisonnements, Ensembles

Colle n° 2

- On posera (encore) un exercice faisant intervenir une analyse-synthèse, en insistant sur la bonne rédaction.
- On insistera sur la maîtrise des « preuves automatiques » et les réflexes de mise en place de raisonnement (Montrer une assertion «  $\forall x \in E, \dots$  », une implication, une inclusion, une équivalence, etc.)
- Par exemple, les élèves doivent savoir démontrer parfaitement des résultats du type

$$E \subset F \iff E \cap F = E \iff E \cup F = F.$$

$$\begin{cases} A \cup B \subset A \cup C \\ A \cap B \subset A \cap C \end{cases} \implies B \subset C$$

$$\begin{cases} A \subset B \cap C \\ B \cup C \subset A \cap C \end{cases} \implies A = B = C$$

### Programme de la semaine de colle

#### Raisonnements

*Révision de la semaine dernière.*

#### Ensembles

- Union, intersection, différence,  $\mathcal{P}(E)$ , produit cartésien, familles
- Unions et intersections quelconques

#### Note pour les colleurs

Les applications  $f : E \longrightarrow F$  n'ont pas encore été vues

#### Coefficients binomiaux

- Définition combinatoire de  $\binom{n}{k}$  pour  $n \in \mathbb{N}$  et  $k \in \mathbb{Z}$
- Formule de Pascal
- Expression des coefficients binomiaux avec des factorielles
- Formules des capitaines et d'absorption

# Questions de cours

## Résultats à savoir énoncer

- Négation de  $P \implies Q$
- Négation d'assertions quantifiées
- Définition de «  $f$  (strictement) croissante »
- Principe de récurrence (sous la forme d'un théorème)
- Principe de récurrence forte (sous la forme d'un théorème)
- Définition de  $\binom{n}{k}$
- Relation de Pascal

## Résultats à savoir démontrer

- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
- $\forall f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \exists g \text{ paire}, \exists h \text{ impaire} : f = g + h$  (sans l'unicité)
- Soit  $a \in \mathbb{R}$ . Alors,  $(\forall \varepsilon > 0, |a| \leq \varepsilon) \iff a = 0$ .
- Unicité dans la division euclidienne
- Soit  $a \neq 1$ . Alors,  $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n a^k = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$ .
- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- Formule des « capitaines » : démonstration combinatoire
- $\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in \llbracket 0, n \rrbracket, \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  par récurrence
- Inégalité de Jensen : énoncé et démonstration