— Semaine du lundi 16 novembre au vendredi 20 novembre —

Étude de fonctions, convexité

Colle n° 8

La colle inclura :

- un « combat de fonctions » en $+\infty$ et
- la démonstration d'une inégalité impliquant l'étude d'une fonction.

Programme de la semaine de colle

Fonctions réelles

- Fonctions usuelles vues au lycée
- Fonctions trigonométriques hyperboliques
- Dérivée de f^{-1}
- Fonctions $x \longmapsto a^x$ et $x \longmapsto x^\alpha$
- Relation $f(x) = \mathsf{o}(g(x))$ quand $x \to +\infty$

Convexité

- Cas général
- Cas dérivable, cas $\mathscr{D}^2$
- Inégalité de Jensen
- Application à $\ln$, $\exp$ et $\sin$

Questions de cours

Résultats à savoir énoncer

- Négation de $P \implies Q$
- Relation de Pascal
- Formule de Bernoulli
- Dérivabilité de f^{-1} et expression de la dérivée
- Définition de f convexe
- Dérivées de $\arcsin$, $\arccos$, $\arctan$; graphes

Résultats à savoir démontrer

- Soit $a \neq 1$. Alors, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a^k = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}$.
- Relation de Pascal : démonstration combinatoire
- Formule de Bernoulli
- $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \longrightarrow$?
- Formule donnant $(f^{-1})'$
- $[a,b] = \Big\{ta + (1-t)b \ ; \ t \in [0,1]\Big\}$
- f' croissante $\implies$ f convexe
- Lemme des trois pentes
- Une fonction dérivable convexe est au-dessus de ses tangentes
- $\arcsin$ est impaire
- $\arcsin + \arccos = \frac{\pi}{2}$: démonstration sans utiliser la dérivation