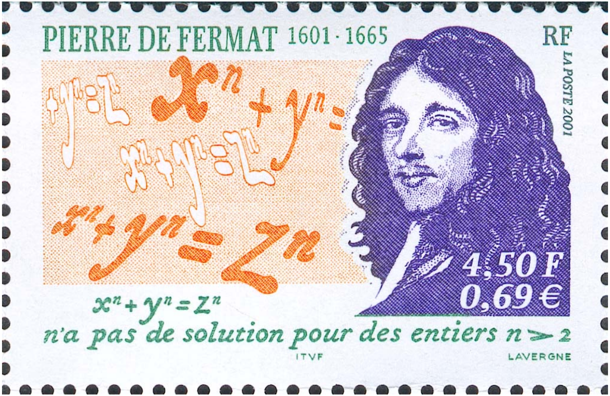


# Leçon 2 - Equations polynomiales

5 septembre 2024

## ⇒ Développement

## ⇒ Factorisation

**⇒ Développement**

**⇒ Factorisation**

# Stabilité

On commence par le développement, c'est a priori plus simple car c'est une opération *mécanique*.

A ce stade, c'est surtout la pratique qui justifie le théorème suivant :

# Stabilité

On commence par le développement, c'est a priori plus simple car c'est une opération *mécanique*.
A ce stade, c'est surtout la pratique qui justifie le théorème suivant :

**Théorème - Stabilité**

L'addition, la soustraction et la multiplication de deux (ou plus) fonctions polynomiales donne une nouvelle fonction polynomiale.

# Stabilité

On commence par le développement, c'est a priori plus simple car c'est une opération *mécanique*.
A ce stade, c'est surtout la pratique qui justifie le théorème suivant :

**Théorème - Stabilité**

L'addition, la soustraction et la multiplication de deux (ou plus) fonctions polynomiales donne une nouvelle fonction polynomiale.

Exercice

Soient $f : x \mapsto 2 + x - x^2 + 3x^3$ et $g : x \mapsto 1 + x - x^2 + x^4$ définies sur $\mathbb{R}$.
Evaluer, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(f+g)(x)$ et $(f \times g)(x)$

# Stabilité

On commence par le développement, c'est a priori plus simple car c'est une opération *mécanique*.
A ce stade, c'est surtout la pratique qui justifie le théorème suivant :

**Théorème - Stabilité**

L'addition, la soustraction et la multiplication de deux (ou plus) fonctions polynomiales donne une nouvelle fonction polynomiale.

<u>Exercice</u>

Soient $f : x \mapsto 2 + x - x^2 + 3x^3$ et $g : x \mapsto 1 + x - x^2 + x^4$ définies sur $\mathbb{R}$.
Evaluer, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(f+g)(x)$ et $(f \times g)(x)$
Un peu plus théorique :

<u>Exercice</u>

Soient $f : x \mapsto a_0 + a_1 x + \cdots a_n x^n$ et $g : x \mapsto b_0 + b_1 x + \ldots b_m x^m$ définies sur $\mathbb{R}$.

1. Evaluer, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(f+g)(x)$ et $(f \times g)(x)$.
2. Exprimer alors, pour tout $k \in \mathbb{N}$, $[f+g]_k$ en fonction des $[f]_i$

# Développer malin

Mais il existe plusieurs façons de développer un produit polynomial. Certaines sont plus intelligentes que d'autres...

# Développer malin

Mais il existe plusieurs façons de développer un produit polynomial. Certaines sont plus intelligentes que d'autres...

Exercice

Développer $(a + b + c)^3$

# Développer malin

Mais il existe plusieurs façons de développer un produit polynomial. Certaines sont plus intelligentes que d'autres…

Exercice
Développer $(a+b+c)^3$

Exercice
On admet que $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$.
En organisant convenablement votre calcul $(a+b)^5$, trouver comment passer des coefficients (1,4,6,4,1) de $(a+b)^4$ à ceux de $(a+b)^5$.
Cela vous rappelle-t-il quelque chose ? En déduire la formule générale qui donne une expression de $(a+b)^n$.

# Truc pour le calcul (1)

## Truc & Astuce pour le calcul. Anticipation

Il s'agit de ne plus être à chaque instant derrière son calcul, mais bien en avant !. Il s'agit bien là aussi de voir quelque chose...Lorsque le calcul demandé est ouvert (on ne donne pas une forme fermée : montrer que $A = B$), il faut savoir vers où l'on va.
Par exemple, lorsqu'on dérive une fonction, ce qui nous intéresse souvent c'est de connaître son signe. Il faut donc donner une forme factorisée...

# Truc pour le calcul (1)

## Truc & Astuce pour le calcul. Anticipation

Il s'agit de ne plus être à chaque instant derrière son calcul, mais bien en avant !. Il s'agit bien là aussi de voir quelque chose. . .Lorsque le calcul demandé est ouvert (on ne donne pas une forme fermée : montrer que $A = B$), il faut savoir vers où l'on va.

Exercice

On peut exprimer de 3 façons différentes $A = f(x) = (3x^2 + 8x - 1) - (x^2 + 3x - 4)$. Associer chacune de ces expressions à l'exploitation qu'on peut en faire.

| | |
|---|---|
| $A = 2x^2 + 5x - 3$ | étude du minimum de $f$ |
| $A = -6 + 3(x+1) + 2(x+1)^2$ | développement limité de $f$ en $-1$ |
| $A = 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{49}{8}$ | étude du signe de $f$ |
| $A = (x+3)(2x-1)$ | étude du polynôme $f$ |

# Truc pour le calcul (2)

## Truc & Astuce pour le calcul. Reconnaissance de formes

En visualisant les formes dans les formules, il est plus aisé de garder en mémoire le calcul effectué (pour le retro-contrôle) et surtout, il est plus aisé de savoir dans quel ordre faire le calcul de manière à être efficace : ne pas se tromper et agir rapidement.

# Truc pour le calcul (2)



### Truc & Astuce pour le calcul. Reconnaissance de formes

En visualisant les formes dans les formules, il est plus aisé de garder en mémoire le calcul effectué (pour le retro-contrôle) et surtout, il est plus aisé de savoir dans quel ordre faire le calcul de manière à être efficace : ne pas se tromper et agir rapidement.

Exercice

Démontrer :
$4[(a^2-b^2)cd+(c^2-d^2)ab]^2+[(a^2-b^2)(c^2-d^2)-4abcd]^2 = (a^2+b^2)^2(c^2+d^2)^2$

On pourra y voir la forme $A = B^2 - C^2 \dots$

# Truc pour le calcul (2)

### Attention. Ne pas trop écrire

Pour apprendre à se projeter vers l'avant, il faut ne pas écrire trop de calculs intermédiaires. De nombreuses petites réécritures doivent être simplement pensées, sans être écrites.
Le prix à payer : une insécurité forte pour l'élève.
Le prix à gagner : une plus grande concentration et une meilleure vitesse d'exécution !
Deux ans avant les concours, il faut investir dans cette stratégie.

# Truc pour le calcul (3)

## Truc & Astuce pour le calcul. Garder en mémoire « vive »le calcul

Si on garde en mémoire immédiate le calcul, il est possible de déceler les erreurs plusieurs lignes de calcul plus loin. On évite des erreurs bêtes, comme des signes $+$ et $-$ qui se mélangent, une page qui se tourne et qui conduit à des nombres qu'on oublie. . .
Pour apprendre à exploiter une mémoire globalisante du calcul, on peut essayer après chaque calcul à réécrire le résultat obtenu sur une page blanche. Evidemment, un tel résultat doit rester en mémoire immédiate, il n'est pas nécessaire de le placer en mémoire de travail plus profonde.

# Truc pour le calcul (3)

## Truc & Astuce pour le calcul. Garder en mémoire « vive »le calcul

Si on garde en mémoire immédiate le calcul, il est possible de déceler les erreurs plusieurs lignes de calcul plus loin. On évite des erreurs bêtes, comme des signes $+$ et $-$ qui se mélangent, une page qui se tourne et qui conduit à des nombres qu'on oublie...

Pour apprendre à exploiter une mémoire globalisante du calcul, on peut essayer après chaque calcul à réécrire le résultat obtenu sur une page blanche. Evidemment, un tel résultat doit rester en mémoire immédiate, il n'est pas nécessaire de le placer en mémoire de travail plus profonde.

Exercice

Quel est le résultat obtenu lors du dernier calcul que vous avez effectué ?

**⇒ Développement**

**⇒ Factorisation**

# Avec les « petits BERNOULLIS »

**Analyse** $x^k - a^k$.

Par exemple $k = 5$. Et plus généralement ?

# Avec les « petits BERNOULLIS »

**Analyse** $x^k - a^k$.

Par exemple $k = 5$. Et plus généralement ?

<u>Exercice</u>

Comment rendre ce calcul rigoureux ?

# Avec les « petits BERNOULLIS »

**Analyse** $x^k - a^k$.

Par exemple $k = 5$. Et plus généralement ?

<u>Exercice</u>

Comment rendre ce calcul rigoureux ?

## Définition - Les petits Bernoullis

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $a \in \mathbb{K}$, on note

$$b_a^n : x \mapsto x^n + ax^{n-1} + \dots a^{n-1}x + a = \sum_{i=0}^{n} x^i a^{n-i}.$$

On appelle cette famille de fonctions polynomiales $(b_a^n)_{n\in\mathbb{N}}$, les petits Bernoullis.

On a alors : Pour tout $x \in \mathbb{K}$, $(x-a)b_a^n(x) = x^{n+1} - a^{n+1}$

# Avec les « petits BERNOULLIS »

**Analyse** $x^k - a^k$.

Par exemple $k = 5$. Et plus généralement ?

Exercice

Comment rendre ce calcul rigoureux ?

**Définition - Les petits Bernoullis**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $a \in \mathbb{K}$, on note

$$b_a^n : x \mapsto x^n + ax^{n-1} + \dots a^{n-1}x + a = \sum_{i=0}^{n} x^i a^{n-i}.$$

On appelle cette famille de fonctions polynomiales $(b_a^n)_{n\in\mathbb{N}}$, les petits Bernoullis.

On a alors : Pour tout $x \in \mathbb{K}$, $(x-a)b_a^n(x) = x^{n+1} - a^{n+1}$

**Démonstration**

# Avec les « petits BERNOULLIS »

**Analyse** $x^k - a^k$.

Par exemple $k = 5$. Et plus généralement ?

Exercice

Comment rendre ce calcul rigoureux ?

## Définition - Les petits Bernoullis

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $a \in \mathbb{K}$, on note

$$b_a^n : x \mapsto x^n + ax^{n-1} + \dots a^{n-1}x + a = \sum_{i=0}^{n} x^i a^{n-i}.$$

On appelle cette famille de fonctions polynomiales $(b_a^n)_{n\in\mathbb{N}}$, les petits Bernoullis.

On a alors : Pour tout $x \in \mathbb{K}$, $(x-a)b_a^n(x) = x^{n+1} - a^{n+1}$

**Démonstration**

Exercice

En notant que $b_a^{n+1} = ab_a^n + x^{n+1}$ (à démontrer), montrer par récurrence la factorisation de Bernoulli

# Grâce à une racine

On a les corollaires important suivant :

## Proposition - Factorisation (1)

Soit $f$ une fonction polynomiale de degré $n$.
Pour tout $a \in \mathbb{K}$, il existe $g_a$, fonction polynomiale de degré $n-1$ tel que

$$\forall\ x \in \mathbb{K}, \qquad f(x) - f(a) = (x-a)g_a(x)$$

# Grâce à une racine

On a les corollaires important suivant :

## Proposition - Factorisation (1)

Soit $f$ une fonction polynomiale de degré $n$.
Pour tout $a \in \mathbb{K}$, il existe $g_a$, fonction polynomiale de degré $n-1$ tel que

$$\forall\ x \in \mathbb{K}, \qquad f(x) - f(a) = (x-a)g_a(x)$$

**Démonstration**

# Grâce à une racine

On a les corollaires important suivant :

### Proposition - Factorisation (1)

Soit $f$ une fonction polynomiale de degré $n$.
Pour tout $a \in \mathbb{K}$, il existe $g_a$, fonction polynomiale de degré $n-1$ tel que

$$\forall\, x \in \mathbb{K}, \qquad f(x) - f(a) = (x-a)g_a(x)$$

**Démonstration**

### Corollaire - Factorisation (2)

Soit $f$ une application polynomiale sur $\mathbb{K}$(=$\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$) de degré $n$.
Soit $x_0 \in \mathbb{K}$ tel que $f(x_0) = 0$.
Alors il existe $g$, application polynomiale de degré $n-1$ telle que

$$\underbrace{\text{pour tout } x \in \mathbb{K},}_{\forall\, x \in \mathbb{K}} \qquad f(x) = (x - x_0) \times g(x)$$

# Trouver $g$

Savoir que $g$ existe est une excellente chose.

Mais savoir comment obtenir $g$ connaissant $x_0$ et $f$ est encore mieux (sans développer tous les petits Bernoullis) !

# Trouver $g$

## Factoriser (division euclidienne)

Notons $f : x \mapsto x^3 + 2x^2 - x - 2$.
Alors $f(1) = 1 + 2 - 1 - 2 = 0$. Donc $f(x) = (x - 1) \times g(x)$.
Pour appliquer l'algorithme, on prend l'habitude d'écrire le plus à gauche le terme sur lequel on agit en premier (comme pour une division euclidienne entière), on écrit donc les polynômes dans le sens des puissances décroissantes :

$$
\begin{array}{cccc|c}
x^3 & +2x^2 & -x & -2 & x-1 \\
\hline
 & (2+1)x^2 & & & 1x^2+3x+2 \\
 & & (-1+3)x & & \\
 & & & -2+2 &
\end{array}
$$

Donc $x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x^2 + 3x + 2)$.
On oublie jamais de **vérifier le calcul réciproque** s'il est beaucoup plus simple !

# Anneaux intègres

La factorisation permet de séparer un problème en plusieurs sous-problèmes.

## Anneaux intègres

La factorisation permet de séparer un problème en plusieurs sous-problèmes.

**Proposiition - Factorisation**

Soient $f$ et $g$ deux fonctions polynomiales. Soit $x \in \mathbb{K}$.

$$f(x) \times g(x) = 0 \text{ si et seulement si } f(x) = 0 \text{ ou } g(x) = 0$$

# Anneaux intègres





La factorisation permet de séparer un problème en plusieurs sous-problèmes.

## Proposiition - Factorisation

Soient $f$ et $g$ deux fonctions polynomiales. Soit $x \in \mathbb{K}$.

$$f(x) \times g(x) = 0 \text{ si et seulement si } f(x) = 0 \text{ ou } g(x) = 0$$

Raisonnement en deux temps (double implication) :

**Démonstration**

# Anneaux intègres

La factorisation permet de séparer un problème en plusieurs sous-problèmes.

**Proposiition - Factorisation**

Soient $f$ et $g$ deux fonctions polynomiales. Soit $x \in \mathbb{K}$.

$$f(x) \times g(x) = 0 \text{ si et seulement si } f(x) = 0 \text{ ou } g(x) = 0$$

Raisonnement en deux temps (double implication) :

**Démonstration**

Exercice

Trouver toutes les racines réelles de l'équation $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

*On remarque que* $f(1) = 0\dots$

# Factorisation (racines simples)

**Théorème - Factorisation multiple**

Soit $f$ une fonction polynomiale de degré $n$. Soit $p \leqslant n$
Si $x_1, x_2, \dots x_p$, $p$ solutions différentes de l'équation $f(x) = 0$ (racines de $f$).
Alors il existe $g_p$, fonction polynomiale de degré $n - p$ tel que

$$\forall\ x \in \mathbb{K}, \qquad f(x) = (x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_p) \times g_p(x)$$

# Factorisation (racines simples)

## Théorème - Factorisation multiple

Soit $f$ une fonction polynomiale de degré $n$. Soit $p \leqslant n$

Si $x_1, x_2, \dots x_p$, $p$ solutions différentes de l'équation $f(x) = 0$ (racines de $f$).

Alors il existe $g_p$, fonction polynomiale de degré $n - p$ tel que

$$\forall\ x \in \mathbb{K}, \qquad f(x) = (x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_p) \times g_p(x)$$

**Démonstration**

# Corollaire

On arrive à un résultat énoncé par Descartes, mais pas vraiment démontré. . .

**Corollaire - Nombre maximal de solution**

Une équation polynomiale de degré $n$ admet au plus $n$ solutions différentes

# Corollaire

On arrive à un résultat énoncé par Descartes, mais pas vraiment démontré. . .

**Corollaire - Nombre maximal de solution**

Une équation polynomiale de degré $n$ admet au plus $n$ solutions différentes

**Démonstration**

# Polynôme nul

Il n'existe qu'une seule fonction polynomiale nulle :

# Polynôme nul

Il n'existe qu'une seule fonction polynomiale nulle :

**Proposition - Une seule fonction polynomiale nulle**

Si $f : x \mapsto \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$ est une fonction polynomiale nulle alors pour tout $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{N}_n$), $a_i = 0$

# Polynôme nul

Il n'existe qu'une seule fonction polynomiale nulle :

**Proposition - Une seule fonction polynomiale nulle**

Si $f : x \mapsto \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$ est une fonction polynomiale nulle alors pour tout $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{N}_n$), $a_i = 0$

**Démonstration**

# Identification

## Proposition - Identification des coefficients

Soient $f$ et $g$ deux fonctions polynomiales et $E \subset \mathbb{C}$ tel que $\forall\ x \in E,\ f(x) = g(x)$.
Si $\mathrm{Card}(E) > \deg(f - g)$ alors $f = g$.
Plus précisément, : pour tout $k \in \mathbb{N}$, $[f]_k = [g]_k$

# Identification

## Proposition - Identification des coefficients

Soient $f$ et $g$ deux fonctions polynomiales et $E \subset \mathbb{C}$ tel que $\forall\ x \in E,\ f(x) = g(x)$.
Si $\mathrm{Card}(E) > \deg(f - g)$ alors $f = g$.
Plus précisément, : pour tout $k \in \mathbb{N}$, $[f]_k = [g]_k$

**Remarque** Essentiel

⇒ **Développement**

⇒ **Factorisation**

# Formule du discriminant

Avec les notations de Viète, il est facile de donner toutes les racines (complexes) d'un polynôme de degré $2$ à coefficients dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, à condition de savoir calculer la racine carrée d'un nombre complexe (cas où $\Delta \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$).

# Formule du discriminant

Avec les notations de Viète, il est facile de donner toutes les racines (complexes) d'un polynôme de degré $2$ à coefficients dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, à condition de savoir calculer la racine carrée d'un nombre complexe (cas où $\Delta \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$).

**Proposition - Discriminant**

On considère l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, où $a, b, c \in \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.
On note $\Delta = b^2 - 4ac$.
Si $\delta$ vérifie $\delta^2 = \Delta$, alors les racines sont $\frac{-b+\delta}{2a}$ et $\frac{-b-\delta}{2a}$

# Formule du discriminant

Avec les notations de Viète, il est facile de donner toutes les racines (complexes) d'un polynôme de degré $2$ à coefficients dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, à condition de savoir calculer la racine carrée d'un nombre complexe (cas où $\Delta \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$).

**Proposition - Discriminant**

On considère l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, où $a, b, c \in \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.
On note $\Delta = b^2 - 4ac$.
Si $\delta$ vérifie $\delta^2 = \Delta$, alors les racines sont $\frac{-b+\delta}{2a}$ et $\frac{-b-\delta}{2a}$

**Remarque** Théorème de Viète

# Formule du discriminant

Avec les notations de Viète, il est facile de donner toutes les racines (complexes) d'un polynôme de degré $2$ à coefficients dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, à condition de savoir calculer la racine carrée d'un nombre complexe (cas où $\Delta \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$).

**Proposition - Discriminant**

On considère l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, où $a, b, c \in \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.
On note $\Delta = b^2 - 4ac$.
Si $\delta$ vérifie $\delta^2 = \Delta$, alors les racines sont $\frac{-b+\delta}{2a}$ et $\frac{-b-\delta}{2a}$

**Remarque** Théorème de Viète

**Démonstration**

# Formule du discriminant





Avec les notations de Viète, il est facile de donner toutes les racines (complexes) d'un polynôme de degré $2$ à coefficients dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, à condition de savoir calculer la racine carrée d'un nombre complexe (cas où $\Delta \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$).

## Proposition - Discriminant

On considère l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, où $a, b, c \in \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.
On note $\Delta = b^2 - 4ac$.
Si $\delta$ vérifie $\delta^2 = \Delta$, alors les racines sont $\frac{-b+\delta}{2a}$ et $\frac{-b-\delta}{2a}$

**Remarque** Théorème de Viète

**Démonstration**

**Remarque** Autres idées de démonstration ?

# Equation de degré $3$

On ne démontre pas ces résultats qui datent du XVI siècle :

# Equation de degré 3

On ne démontre pas ces résultats qui datent du XVI siècle :

**Proposition - Formule de Tartaglia-Cardan**

Les solutions complexes $z_k$ ($k \in \{0,1,2\}$) de l'équation du troisième degré $x^3 + px + q = 0$ où $p$ et $q \in \mathbb{R}$ sont donnés par $z_k = u_k + v_k$,
avec $u_k = j^k \sqrt[3]{\frac{1}{2}(-q + \sqrt{\frac{-\Delta}{27}})}$, $v_k = j^{-k} \sqrt[3]{\frac{1}{2}(-q - \sqrt{\frac{-\Delta}{27}})}$
et où $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$ et $\Delta = -(4p^3 + 27q^2)$ est le discriminant de l'équation.
On peut vérifier que $\Delta = (z_0 - z_1)^2(z_1 - z_2)^2(z_2 - z_0)^2$ et $3u_k v_k = -p$

# Equation de degré 3

On ne démontre pas ces résultats qui datent du XVI siècle :

**Proposition - Formule de Tartaglia-Cardan**

Les solutions complexes $z_k$ $(k \in \{0,1,2\})$ de l'équation du troisième degré $x^3 + px + q = 0$ où $p$ et $q \in \mathbb{R}$ sont donnés par
$z_k = u_k + v_k$,
avec $u_k = j^k \sqrt[3]{\frac{1}{2}(-q + \sqrt{\frac{-\Delta}{27}})}$, $v_k = j^{-k} \sqrt[3]{\frac{1}{2}(-q - \sqrt{\frac{-\Delta}{27}})}$
et où $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$ et $\Delta = -(4p^3 + 27q^2)$ est le discriminant de l'équation.
On peut vérifier que $\Delta = (z_0 - z_1)^2(z_1 - z_2)^2(z_2 - z_0)^2$ et
$3u_k v_k = -p$

Exercice

Faire la démonstration

# Equation de degré 3

On ne démontre pas ces résultats qui datent du XVI siècle :

**Proposition - Formule de Tartaglia-Cardan**

Les solutions complexes $z_k$ ($k \in \{0,1,2\}$) de l'équation du troisième degré $x^3 + px + q = 0$ où $p$ et $q \in \mathbb{R}$ sont donnés par
$z_k = u_k + v_k$,
avec $u_k = j^k \sqrt[3]{\frac{1}{2}(-q + \sqrt{\frac{-\Delta}{27}})}$, $v_k = j^{-k} \sqrt[3]{\frac{1}{2}(-q - \sqrt{\frac{-\Delta}{27}})}$
et où $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$ et $\Delta = -(4p^3 + 27q^2)$ est le discriminant de l'équation.
On peut vérifier que $\Delta = (z_0 - z_1)^2(z_1 - z_2)^2(z_2 - z_0)^2$ et $3u_k v_k = -p$

Exercice
Faire la démonstration
**Exemple** Racines de l'équation $x^3 - 2x = 4$

# Autres degrés ?

**Remarque** Degré $4$

# Autres degrés ?

**Remarque** Degré $4$

Nous ne démontrons pas :

## Théorème - Ruffini-Abel

Pour tout entier $n \geqslant 5$, il n'existe pas de formule générale exprimant « par radicaux » les racines d'un polynôme quelconque de degré $n$.
C'est-à-dire de formule n'utilisant que les coefficients, la valeur 1, les quatre opérations et l'extraction des racines $n$-ièmes

# Conclusion

**Objectifs**

$\Rightarrow$ Développement

$\Rightarrow$ Factoriser

# Conclusion

## Objectifs

- Factoriser pour. . .découper le problème en morceaux

# Conclusion

## Objectifs

- Factoriser pour. . .découper le problème en morceaux
- La factorisation donne→ les racines du polynôme

# Conclusion

## Objectifs

- Factoriser pour. . .découper le problème en morceaux
- La factorisation donne→ les racines du polynôme
- et réciproquement : Les racines donnent → la factorisation.

# Conclusion

## Objectifs

- Factoriser pour. . .découper le problème en morceaux
- La factorisation donne→ les racines du polynôme
- et réciproquement : Les racines donnent → la factorisation.
- Comment obtenir les racines ? Pas très efficaces par le formalisme. . .

# Conclusion

**Objectifs**

$\Rightarrow$ Factoriser

# Conclusion

**Objectifs**

$\Rightarrow$ Factoriser

- La factorisation donne$\rightarrow$ les racines du polynôme

# Conclusion

**Objectifs**

$\Rightarrow$ Factoriser

- La factorisation donne$\rightarrow$ les racines du polynôme
- et réciproquement : Les racines donnent $\rightarrow$ la factorisation.

# Conclusion

## Objectifs

### ⇒ Factoriser

- La factorisation donne→ les racines du polynôme
- et réciproquement : Les racines donnent → la factorisation.
- Comment obtenir les racines ? Pas très efficaces par le formalisme. . .

# Conclusion

**Objectifs**

⇒ Factoriser

**Pour la prochaine fois**

- Lecture du cours :
  chap 1.Equations polynomiales
  4.Méthode analytique.
- Exercices N° 24 & 27