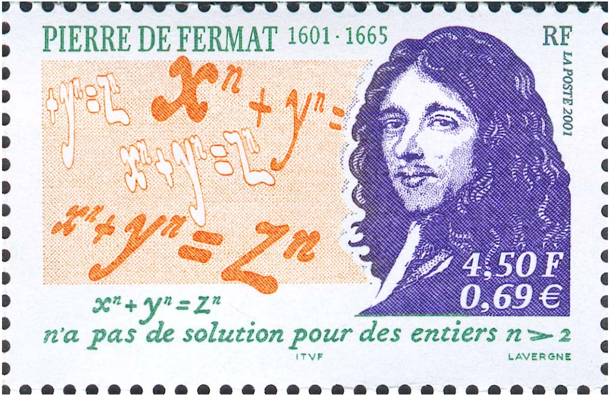


Leçon 18 - Fonctions *à la Euler*

8 octobre 2024

⇒ **Rappels généraux sur les fonctions**

⇒ **Bijection & Asymptotes**

Problèmes

Problème - L'application $x \mapsto \begin{cases} 1 & \textbf{si } x \leqslant 1 \\ x^2 & \textbf{si } x > 1 \end{cases}$ **est-elle une fonction ?**

Problèmes

Problème - L'application $x \mapsto \begin{cases} 1 & \textbf{si } x \leqslant 1 \\ x^2 & \textbf{si } x > 1 \end{cases}$ **est-elle une fonction ?**

Problème - Comment calculer π^e **?**

Problèmes

Problème - L'application $x \mapsto \begin{cases} 1 & \textbf{si } x \leqslant 1 \\ x^2 & \textbf{si } x > 1 \end{cases}$ **est-elle une fonction ?**

Problème - Comment calculer π^e **?**

Problème - Interpolation de la suite géométrique

Problèmes

Problème - L'application $x \mapsto \begin{cases} 1 & \textbf{si } x \leqslant 1 \\ x^2 & \textbf{si } x > 1 \end{cases}$ **est-elle une fonction ?**

Problème - Comment calculer π^e **?**

Problème - Interpolation de la suite géométrique

Problème - De la multiplication à l'addition

⇒ Rappels généraux sur les fonctions

⇒ Bijection & Asymptotes

Fonction et ensemble de définition

Définition - Fonction

Une *fonction* d'une variable réelle, à valeurs réelles, est un "procédé" qui à chaque élément x d'un sous-ensemble $\mathscr{D}$ de $\mathbb{R}$ associe un réel $f(x)$ parfaitement déterminé. Une telle fonction est notée

$$f: \begin{array}{l} \mathscr{D} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) \end{array}$$

$f(x)$ est appelé *image* de x par f.
Si $y \in \mathbb{R}$, tout élément x de $\mathscr{D}$ vérifiant $f(x) = y$ est appelé un *antécédent* de y.

Fonction et ensemble de définition

Définition - Fonction

Une *fonction* d'une variable réelle, à valeurs réelles, est un "procédé" qui à chaque élément x d'un sous-ensemble $\mathscr{D}$ de $\mathbb{R}$ associe un réel $f(x)$ parfaitement déterminé. Une telle fonction est notée

$$f: \begin{array}{l} \mathscr{D} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) \end{array}$$

$f(x)$ est appelé *image* de x par f.
Si $y \in \mathbb{R}$, tout élément x de $\mathscr{D}$ vérifiant $f(x) = y$ est appelé un *antécédent* de y.

Remarque Ensemble de définition

Graphe

Définition - Graphe d'une fonction

$\mathscr{C} = \{(x, f(x)); x \in \mathscr{D}_f\}$ s'appelle le *graphe* de f, le plan étant muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on appelle *représentation graphique* ou *courbe représentative de* f la représentation de cet ensemble dans le plan. La courbe représentative a pour équation $y = f(x)$.

Restriction de $\mathscr{D}$

Définition - Image de $\mathscr{D}$ par une fonction. Fonction restreinte

Si $\mathscr{D}' \subset \mathscr{D}_f$ ($\mathscr{D}'$ sous ensemble de $\mathscr{D}_f$), on note $f(\mathscr{D}')$ l'ensemble des images des éléments de $\mathscr{D}'$: $f(\mathscr{D}') = \{f(x); x \in \mathscr{D}'\}$. $f(\mathscr{D}')$ s'appelle *l'ensemble image (ou image directe)* de $\mathscr{D}'$ par f.
Soit $f : \mathscr{D}_f \to \mathbb{R}$ une fonction et I un intervalle inclus dans $\mathscr{D}_f$. On appelle *restriction* de f à I la fonction g définie sur I par :
$\forall x \in I, g(x) = f(x)$. On la note $f_{|I}$.

Ensemble des applications

Définition - Ensemble des applications

Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, non vide et non réduit à un point.
On note $\mathscr{F}(I,\mathbb{R})$ l'ensemble des fonctions définies sur I à valeurs dans $\mathbb{R}$ (on parle aussi d'applications de I dans $\mathbb{R}$)

Transformation sur les fonctions

Savoir-faire. Transformation sur le graphe

Soient $f : \mathscr{D}_f \to \mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}$.

Comment obtient-on les domaines de définition ainsi que les graphes (ou représentations graphiques) des fonctions $x \mapsto f(x)+a$, $x \mapsto f(x+a)$, $x \mapsto f(a-x)$ et $x \mapsto af(x)$?

- $x \mapsto f(x)+a$: $\mathscr{D}_1 = \mathscr{D}$ et translation de $a\overrightarrow{j}$.
- $x \mapsto f(x+a)$: $\mathscr{D}_2 = \{x \mid x+a \in \mathscr{D}\} = \mathscr{D} - a$ et translation de $-a\overrightarrow{i}$.
- $x \mapsto f(a-x)$: $\mathscr{D}_3 = \{x \mid a-x \in \mathscr{D}\}$ et reflexion (symétrie) d'axe d'équation $x = \frac{a}{2}$.
- $x \mapsto af(x)$: $\mathscr{D}_4 = \mathscr{D}$ et affinité (« homotétie-axiale ») de rapport a et « centre »l'axe des abscisses.

Transformation sur les fonctions

Savoir-faire. Transformation sur le graphe

Soient $f : \mathscr{D}_f \to \mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}$.
Comment obtient-on les domaines de définition ainsi que les graphes (ou représentations graphiques) des fonctions $x \mapsto f(x)+a$, $x \mapsto f(x+a)$, $x \mapsto f(a-x)$ et $x \mapsto af(x)$?
• $x \mapsto f(x)+a$: $\mathscr{D}_1 = \mathscr{D}$ et translation de $a\overrightarrow{j}$.
• $x \mapsto f(x+a)$: $\mathscr{D}_2 = \{x \mid x+a \in \mathscr{D}\} = \mathscr{D} - a$ et translation de $-a\overrightarrow{i}$.
• $x \mapsto f(a-x)$: $\mathscr{D}_3 = \{x \mid a-x \in \mathscr{D}\}$ et reflexion (symétrie) d'axe d'équation $x = \frac{a}{2}$.
• $x \mapsto af(x)$: $\mathscr{D}_4 = \mathscr{D}$ et affinité (« homotétie-axiale ») de rapport a et « centre »l'axe des abscisses.

<u>Exercice</u>
Montrer qu'une suite (u_n) est également une fonction

⇒ **Rappels généraux sur les fonctions**

⇒ **Bijection & Asymptotes**

Opérations

Définition - Opérations classiques

Dans $\mathscr{F}(I,\mathbb{R})$ on définit les opérations suivantes :

- Addition : si $(f,g) \in \mathscr{F}(I,\mathbb{R})^2$, la fonction $f+g$ est définie sur I par : $\forall x \in I, (f+g)(x) = f(x) + g(x)$
- Multiplication par un réel : si $f \in \mathscr{F}(I,\mathbb{R})$ et $\lambda \in \mathbb{R}$, la fonction λf est définie sur I par : $\forall x \in I, (\lambda f)(x) = \lambda f(x)$
- Produit de deux fonctions : si $(f,g) \in \mathscr{F}(I,\mathbb{R})^2$, la fonction fg est définie sur I par : $\forall x \in I, (fg)(x) = f(x) \times g(x)$
- Valeur absolue d'une fonction : si $f \in \mathscr{F}(I,\mathbb{R})$ la fonction $|f|$ est définie sur I par : $\forall x \in I, |f|(x) = |f(x)|$

Opérations

Définition - Opérations classiques

Dans $\mathscr{F}(I,\mathbb{R})$ on définit les opérations suivantes :

- Addition : si $(f,g) \in \mathscr{F}(I,\mathbb{R})^2$, la fonction $f+g$ est définie sur I par : $\forall x \in I, (f+g)(x) = f(x)+g(x)$
- Multiplication par un réel : si $f \in \mathscr{F}(I,\mathbb{R})$ et $\lambda \in \mathbb{R}$, la fonction λf est définie sur I par : $\forall x \in I, (\lambda f)(x) = \lambda f(x)$
- Produit de deux fonctions : si $(f,g) \in \mathscr{F}(I,\mathbb{R})^2$, la fonction fg est définie sur I par : $\forall x \in I, (fg)(x) = f(x) \times g(x)$
- Valeur absolue d'une fonction : si $f \in \mathscr{F}(I,\mathbb{R})$ la fonction $|f|$ est définie sur I par : $\forall x \in I, |f|(x) = |f(x)|$

Remarque Lois internes…

Composition

Définition - Composée

Soient $f : I \to \mathbb{R}$, $g : J \to \mathbb{R}$ vérifiant $f(I) \subset J$. On définit la composée $g \circ f : I \to \mathbb{R}$ par

$$\forall x \in I, (g \circ f)(x) = g(f(x)).$$

Composition

Définition - Composée

Soient $f : I \to \mathbb{R}$, $g : J \to \mathbb{R}$ vérifiant $f(I) \subset J$. On définit la composée $g \circ f : I \to \mathbb{R}$ par

$$\forall x \in I, (g \circ f)(x) = g(f(x)).$$

Attention. Non commutativité

En général, même lorsque les deux fonctions $g \circ f$ et $f \circ g$ ont un sens, elles sont différentes.

Composition

Définition - Composée

Soient $f : I \to \mathbb{R}$, $g : J \to \mathbb{R}$ vérifiant $f(I) \subset J$. On définit la composée $g \circ f : I \to \mathbb{R}$ par

$$\forall x \in I, (g \circ f)(x) = g(f(x)).$$

Attention. Non commutativité

En général, même lorsque les deux fonctions $g \circ f$ et $f \circ g$ ont un sens, elles sont différentes.

<u>Exercice</u>

Définir proprement les deux composées (si cela est possible) des fonctions suivantes (ou de leurs restrictions) :

$$f : \begin{array}{l} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 - 1 \end{array} \quad \text{et} \quad g : \begin{array}{l} \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \dfrac{1}{x} \end{array}$$

⇒ Rappels généraux sur les fonctions

⇒ Bijection & Asymptotes

Parité, périodicité

Définition - Vocabulaire (et propriétés)

Soit $f : \mathscr{D}_f \to \mathbb{R}$ une fonction

- On dit que f est *paire* si $\forall x \in \mathscr{D}_f, -x \in \mathscr{D}_f$ et $f(-x) = f(x)$

$\mathscr{C}_f$ est alors symétrique par rapport à Oy

- On dit que f est *impaire* si $\forall x \in \mathscr{D}_f, -x \in \mathscr{D}_f$ et $f(-x) = -f(x)$

$\mathscr{C}_f$ est alors symétrique par rapport à O.

- $f \in \mathscr{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ est dite *périodique* s'il existe $T > 0$ tel que

$\forall x \in D_f, x+T \in D_f, x-T \in D_f$ et $f(x+T) = f(x)$.

T est une période de f. $\mathscr{C}_f$ est alors invariante par translation de vecteur $T\vec{i}$.

Fonctions monotones

Définition - Fonction croissante, décroissante et monotone

On dit qu'une fonction f

- est croissante sur I si $\forall (x,y) \in I^2, x \leqslant y \Rightarrow f(x) \leqslant f(y)$.
- est décroissante sur I si $\forall (x,y) \in I^2, x \leqslant y \Rightarrow f(x) \geqslant f(y)$.
- est monotone sur I si elle est croissante sur I ou décroissante sur I.
- est *strictement* croissante sur I si $\forall (x,y) \in I^2, x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$.
- est *strictement* décroissante sur I si $\forall (x,y) \in I^2, x < y \Rightarrow f(x) > f(y)$.

Proposition

Proposition - Composition et monotonie

La composée de deux applications monotones de même sens de variation (respectivement de sens contraire) est une application croissante (respectivement décroissante).

Proposition

Proposition - Composition et monotonie

La composée de deux applications monotones de même sens de variation (respectivement de sens contraire) est une application croissante (respectivement décroissante).

Démonstration

Fonctions convexes/concaves

Définition - Fonction convexe, concave

On dit qu'une fonction f

- est convexe sur I si
  $\forall (x,y)\in I^2, \forall\ \lambda\in[0,1]\, f(\lambda x+(1-\lambda y)\leqslant \lambda f(x)+(1-\lambda)f(y).$
- est strictement convexe sur I si
  $\forall (x,y)\in I^2, \forall\ \lambda\in]0,1[\, f(\lambda x+(1-\lambda y)< \lambda f(x)+(1-\lambda)f(y).$
- est concave sur I si
  $\forall (x,y)\in I^2, \forall\ \lambda\in[0,1]\, f(\lambda x+(1-\lambda y)\geqslant \lambda f(x)+(1-\lambda)f(y).$
- est strictement concave sur I si
  $\forall (x,y)\in I^2, \forall\ \lambda\in]0,1[\, f(\lambda x+(1-\lambda y)> \lambda f(x)+(1-\lambda)f(y).$

Fonctions (ou applications) bornées

Définition - Fonctions majorées, minorées, bornées

On dit qu'une fonction f :

- est majorée s'il existe $M \in \mathbb{R}$ tel que $\forall x \in I, f(x) \leqslant M$.
- est minorée s'il existe $m \in \mathbb{R}$ tel que $\forall x \in I, m \leqslant f(x)$.
- est bornée si elle est majorée et minorée.

Fonctions (ou applications) bornées

Définition - Fonctions majorées, minorées, bornées

On dit qu'une fonction f :

- est majorée s'il existe $M \in \mathbb{R}$ tel que $\forall x \in I, f(x) \leqslant M$.
- est minorée s'il existe $m \in \mathbb{R}$ tel que $\forall x \in I, m \leqslant f(x)$.
- est bornée si elle est majorée et minorée.

Proposition - Bilan

Une application $f : I \to \mathbb{R}$ est bornée
si et seulement si il existe $M > 0$ tel que $\forall x \in I, |f(x)| \leqslant M$.

Fonctions (ou applications) bornées

Définition - Fonctions majorées, minorées, bornées

On dit qu'une fonction f :

- est majorée s'il existe $M \in \mathbb{R}$ tel que $\forall x \in I, f(x) \leqslant M$.
- est minorée s'il existe $m \in \mathbb{R}$ tel que $\forall x \in I, m \leqslant f(x)$.
- est bornée si elle est majorée et minorée.

Proposition - Bilan

Une application $f : I \to \mathbb{R}$ est bornée
si et seulement si il existe $M > 0$ tel que $\forall x \in I, |f(x)| \leqslant M$.

Démonstration

Extremums

Définition - Maximum, minimum et extremum

On dit que $M \in \mathbb{R}$ est un maximum sur I de f si

- $\forall x \in I, f(x) \leqslant M$
- et il existe $a \in I$ tel que $f(a) = M$
  on dit que f présente un maximum en a.

On dit que $m \in \mathbb{R}$ est un minimum sur I de f si

- $\forall x \in I, f(x) \geqslant m$
- et il existe $a \in I$ tel que $f(a) = m$
  on dit que f présente un minimum en a.

On parle d'extremum lorsque l'on a un maximum ou un minimum.
On note

$$M = \max_{x \in I} f(x) \text{ et } m = \min_{x \in I} f(x)$$

Extremum local

Définition - Maximum local

On dit que $M = f(a)$ est un *maximum local* (maximum ou minimum)
s'il existe $\epsilon > 0$ tel que pour tout $x \in]a-\epsilon, a+\epsilon[\cap D_f$, $f(x) \leqslant f(a)$.
On parle de *maximum strict*, lorsque pour $x \in]a-\epsilon, a+\epsilon[\cap D_f$ et $x \neq a$, $f(x) < f(a)$.

Extremum local

Définition - Maximum local

On dit que $M = f(a)$ est un *maximum local* (maximum ou minimum)

s'il existe $\epsilon > 0$ tel que pour tout $x \in]a-\epsilon, a+\epsilon[\cap D_f$, $f(x) \leqslant f(a)$.

On parle de *maximum strict*, lorsque pour $x \in]a-\epsilon, a+\epsilon[\cap D_f$ et $x \neq a$, $f(x) < f(a)$.

Remarque Voisinage de a (dans $\mathbb{R}$)

Extremum local

Définition - Maximum local

On dit que $M = f(a)$ est un *maximum local* (maximum ou minimum)

s'il existe $\epsilon > 0$ tel que pour tout $x \in]a-\epsilon, a+\epsilon[\cap D_f$, $f(x) \leqslant f(a)$.

On parle de *maximum strict*, lorsque pour $x \in]a-\epsilon, a+\epsilon[\cap D_f$ et $x \neq a$, $f(x) < f(a)$.

Remarque Voisinage de a (dans $\mathbb{R}$)

Remarque Extension de définition

⇒ **Rappels généraux sur les fonctions**

⇒ **Bijection & Asymptotes**

Théorème

Définition -Bijection

Soit f une fonction définie sur un sous-ensemble D de $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ et $J \subset \mathbb{R}$.
On dit que f est bijective de D sur J (ou réalise une bijection de D sur J)

- si tout élément de D a son image dans J
- si tout élément de J admet un unique antécédent par f dans D

Formellement :

$$\forall x \in D, f(x) \in J \quad \text{et} \quad \forall y \in J, \exists! x \in D, y = f(x).$$

Théorème

Définition -Bijection

Soit f une fonction définie sur un sous-ensemble D de $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ et $J \subset \mathbb{R}$.
On dit que f est bijective de D sur J (ou réalise une bijection de D sur J)

- si tout élément de D a son image dans J
- si tout élément de J admet un unique antécédent par f dans D

Formellement :

$$\forall x \in D, f(x) \in J \quad \text{et} \quad \forall y \in J, \exists! x \in D, y = f(x).$$

Remarque Si, par convention $J = f(D)$

Théorème

Définition -Bijection

Soit f une fonction définie sur un sous-ensemble D de $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ et $J \subset \mathbb{R}$.
On dit que f est bijective de D sur J (ou réalise une bijection de D sur J)

- si tout élément de D a son image dans J
- si tout élément de J admet un unique antécédent par f dans D

Formellement :

$$\forall x \in D, f(x) \in J \quad \text{et} \quad \forall y \in J, \exists! x \in D, y = f(x).$$

Remarque Si, par convention $J = f(D)$
Exemple Application exponentielle

Que dire de l'application réciproque ?

Définition - Application (bijection) réciproque

Si f est bijective de D sur J, on définit une fonction g par

$$g: \begin{array}{l} J \to D \\ y \mapsto x \quad | \, y = f(x) \text{ (unique antécédent de } y \text{ par } f) \end{array}$$

Cette fonction g est elle-même bijective et appelée bijection réciproque de f, et notée f^{-1}.

Que dire de l'application réciproque ?

Définition - Application (bijection) réciproque

Si f est bijective de D sur J, on définit une fonction g par

$$\begin{array}{rrcl} g: & J & \to & D \\ & y & \mapsto & x \quad | y = f(x) \text{ (unique antécédent de } y \text{ par } f) \end{array}$$

Cette fonction g est elle-même bijective et appelée bijection réciproque de f, et notée f^{-1}.

Exemple Application logarithmique

Théorèmes (1)

Proposition - Application (sens directe)

Si f est une bijection de D sur J, on a

$$\forall x \in D, (f^{-1} \circ f)(x) = x;$$

$$\forall y \in J, (f \circ f^{-1})(y) = y;$$

$$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y).$$

Théorèmes (1)

Théorème - Réciproque et représentation graphique

Soit $f : I \to J$ une bijection et $f^{-1} : J \to I$ sa bijection réciproque. Alors

- dans un repère orthonormé, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_{f^{-1}}$ sont symétriques par rapport à la première bissectrice (droite d'équation $y = x$).
- Si f est monotone sur I alors f^{-1} est monotone sur J, de même sens de variations.

Théorèmes (1)

Théorème - Réciproque et représentation graphique

Soit $f : I \to J$ une bijection et $f^{-1} : J \to I$ sa bijection réciproque. Alors

- dans un repère orthonormé, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_{f^{-1}}$ sont symétriques par rapport à la première bissectrice (droite d'équation $y = x$).
- Si f est monotone sur I alors f^{-1} est monotone sur J, de même sens de variations.

Démonstration

Théorèmes (2)

On admet les théorèmes qui suivent et qui seront démontrés ultérieurement :

Théorème - Théorème de la bijection

Soit f une fonction définie sur I, continue, strictement monotone sur I (intervalle de $\mathbb{R}$),

alors f est bijective de I sur $J = f(I)$.

Sa bijection réciproque f^{-1} est continue sur J.

Allure

Le but est de préciser l'allure de la courbe représentative de f au voisinage de (+ ou -) l'infini.

Allure

Le but est de préciser l'allure de la courbe représentative de f au voisinage de (+ ou -) l'infini.

Savoir-faire. Etude des branches infinies (et définition)

Soit f une fonction définie au voisinage de $\pm\infty$.

1. si $\lim_{x\to\infty} f(x) = \ell$ avec $\ell \in \mathbb{R}$, la courbe admet une **asymptote horizontale** d'équation $y = \ell$.

Allure

Le but est de préciser l'allure de la courbe représentative de f au voisinage de (+ ou -) l'infini.

Savoir-faire. Etude des branches infinies (et définition)

Soit f une fonction définie au voisinage de $\pm\infty$.

2. si $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$, on calcule $\dfrac{f(x)}{x}$.
   - 2.1. si $\lim_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$, il y a une **branche parabolique horizontale** (ou de direction Ox).
   - 2.2 si $\lim_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \infty$, il y a une **branche parabolique verticale** (ou de direction Oy).
   - 2.3. si $\lim_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = a$, $a \in \mathbb{R}^*$, il faut calculer $f(x) - ax$.

Allure

Le but est de préciser l'allure de la courbe représentative de f au voisinage de (+ ou -) l'infini.

Savoir-faire. Etude des branches infinies (et définition)

Soit f une fonction définie au voisinage de $\pm\infty$.

2. si $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$, on calcule $\dfrac{f(x)}{x}$.

   2.3. si $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = a$, $a \in \mathbb{R}^*$, il faut calculer $f(x) - ax$.

   2.3.1. si $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) - ax = b \in \mathbb{R}$, la courbe admet une **asymptote oblique** d'équation $y = ax + b$.

   2.3.2. si $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) - ax = \infty$ il y a une **branche parabolique oblique de direction** $y = ax$.

Exemple

<u>Exercice</u>

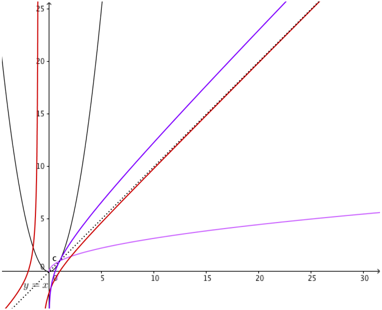
Énoncer des fonctions présentant :

1. une asymptote horizontale (on donnera l'équation de cette asymptote)
2. une branche parabolique horizontale
3. une branche parabolique verticale
4. une asymptote oblique (on donnera l'équation de cette asymptote)
5. une branche parabolique oblique (on donnera la direction), mais pas d'asymptote oblique

Exemple

<u>Exercice</u>

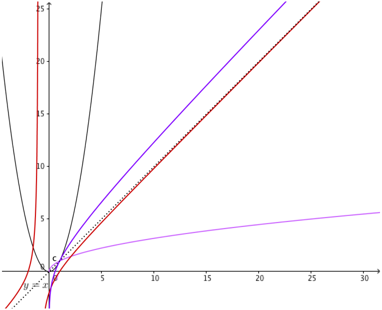
Indiquer sous chacun des quatre graphiques suivants lesquels présentent des branches paraboliques, des asymptotes. . .



Exemple

<u>Exercice</u>

Indiquer sous chacun des quatre graphiques suivants lesquels présentent des branches paraboliques, des asymptotes...



Remarque Courbe asymptote

Conclusion

Objectifs

⇒ Rappels généraux sur les fonctions

⇒ Bijection & Asymptotes

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Rappels généraux sur les fonctions

- Ensemble de définition, ensemble image

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Rappels généraux sur les fonctions

- Ensemble de définition, ensemble image
- Représentation graphique et opérations sur les fonctions

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Rappels généraux sur les fonctions

- Ensemble de définition, ensemble image
- Représentation graphique et opérations sur les fonctions
- Fonction restreinte

Conclusion

Objectifs

⇒ Rappels généraux sur les fonctions

- Ensemble de définition, ensemble image
- Représentation graphique et opérations sur les fonctions
- Fonction restreinte
- Parité, imparité, périodicité

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Rappels généraux sur les fonctions

- Ensemble de définition, ensemble image
- Représentation graphique et opérations sur les fonctions
- Fonction restreinte
- Parité, imparité, périodicité
- Applications bornées, et monotonie

Conclusion

Objectifs

⇒ Rappels généraux sur les fonctions

⇒ Bijection & Asymptotes

Conclusion

Objectifs

⇒ Rappels généraux sur les fonctions

⇒ Bijection & Asymptotes

- Fonctions bijectives et réciproque

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Rappels généraux sur les fonctions

$\Rightarrow$ Bijection & Asymptotes

- Fonctions bijectives et réciproque
- Etude à l'infini :

Conclusion

Objectifs

⇒ Rappels généraux sur les fonctions

⇒ Bijection & Asymptotes

- Fonctions bijectives et réciproque
- Etude à l'infini :
  - a. $\lim \frac{f(x)}{x} = \ell$

Conclusion

Objectifs

⇒ Rappels généraux sur les fonctions

⇒ Bijection & Asymptotes

- Fonctions bijectives et réciproque
- Etude à l'infini :
  - a. $\lim \frac{f(x)}{x} = \ell$
  - b. $\lim f(x) - \ell x \ldots$

Conclusion

Objectifs

⇒ Rappels généraux sur les fonctions

⇒ Bijection & Asymptotes

Pour la prochaine fois

- Lecture du cours : chapitre 5

  3. Fonctions circulaires et réciproques
  4. Fonctions polynomiales et puissances rationnelles

- Exercice N°47 & 51
- TD de jeudi :

  8h-10h : N°48, 50 (1, 3 & 5), 52, 55, 66, 69

  10h-12h : N° 49, 50 (2, 4 & 6), 54, 56, 68, 70