

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

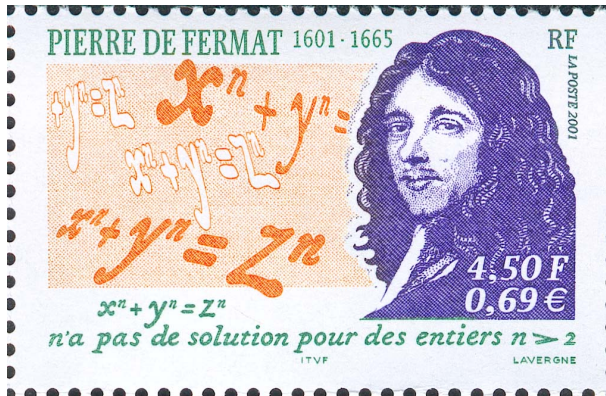
3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics



Leçon 34 - Suites numériques

22 novembre 2024

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Problème Suite de FIBONACCI

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Problème Suite de FIBONACCI

Problème Forme fermée (ou forme close)

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Problème Suite de FIBONACCI

Problème Forme fermée (ou forme close)

Problème Suites convergentes

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Problème Suite de FIBONACCI

Problème Forme fermée (ou forme close)

Problème Suites convergentes

Problème Suite divergente vers l'infini

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Problème Suite de FIBONACCI

Problème Forme fermée (ou forme close)

Problème Suites convergentes

Problème Suite divergente vers l'infini

Problème Suite qui ne ...pas à partir d'un certain rang

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaire
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Définition

On verra plus loin (lorsque nous disposerons d'autres outils) le cas des suites définies par une relation de récurrence du type $u_{n+1} = f(u_n)$.

En dehors des suites géométriques et arithmétiques, il y a quelques autres types de suites à savoir étudier.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Définition

On verra plus loin (lorsque nous disposerons d'autres outils) le cas des suites définies par une relation de récurrence du type $u_{n+1} = f(u_n)$.

En dehors des suites géométriques et arithmétiques, il y a quelques autres types de suites à savoir étudier.

Définition - Suites arithmético-géométrique

Une suite (u_n) (réelle ou complexe) est dite arithmético-géométrique si elle est définie par une relation de récurrence du type $u_{n+1} = au_n + b$ avec $a \neq 0, a \neq 1, b \neq 0$.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Savoir faire

Savoir-faire. Etudier une suite arithmético-géométrique

Pour étudier une telle suite,

1. on cherche un point fixe c : tel que $c = ac + b$
2. on introduit la suite $(v_n) = (u_n - c)$. Elle est géométrique de raison a .

On a donc $u_n = a^n(u_0 - c) + c$

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Savoir faire

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

Savoir-faire. Etudier une suite arithmético-géométrique

Pour étudier une telle suite,

1. on cherche un point fixe c : tel que $c = ac + b$
2. on introduit la suite $(v_n) = (u_n - c)$. Elle est géométrique de raison a .

On a donc $u_n = a^n(u_0 - c) + c$

Exercice

Etudier la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{2}{3}$.

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Définition

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Définition - Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

On appelle suite récurrente linéaire homogène d'ordre 2 toute suite $(u_n) \in \mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$) définie par

$$u_0 \in \mathbb{K} \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad au_{n+2} + bu_{n+1} + cu_n = 0$$

où $(a, b, c) \in K^3$, $a \neq 0, c \neq 0$.

On note E l'ensemble des suites qui vérifie cette relation On lui associe une équation dite caractéristique : $ax^2 + bx + c = 0$

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Théorème - Etude des suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Notons $\Delta = b^2 - 4ac$, le discriminant de l'équation caractéristique.

Pour $K = \mathbb{C}$ (a, b, c complexes) :

- ▶ si $\Delta \neq 0$ et r_1, r_2 racines de l'équation caractéristique,

$$E = \{\lambda(r_1^n)_{n \in \mathbb{N}} + \mu(r_2^n)_{n \in \mathbb{N}}; (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2\}$$

- ▶ si $\Delta = 0$ et r unique racine,

$$E = \{\lambda(r^n)_{n \in \mathbb{N}} + \mu(nr^n)_{n \in \mathbb{N}}; (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2\}$$

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Théorème - Etude des suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Notons $\Delta = b^2 - 4ac$, le discriminant de l'équation caractéristique.

Pour $K = \mathbb{R}$ (a, b, c réels) :

- ▶ si $\Delta > 0$ et r_1, r_2 racines de l'équation caractéristique,

$$E = \{\lambda(r_1^n)_{n \in \mathbb{N}} + \mu(r_2^n)_{n \in \mathbb{N}}; (\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2\}$$

- ▶ si $\Delta = 0$ et r unique racine,

$$E = \{\lambda(r^n)_{n \in \mathbb{N}} + \mu(nr^n)_{n \in \mathbb{N}}; (\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2\}$$

- ▶ si $\Delta < 0$ et $r = \rho e^{i\theta}$ et $\bar{r}$ racines complexes,

$$\begin{aligned} E &= \{\lambda(\mathbf{Re}(r^n))_{n \in \mathbb{N}} + \mu(\mathbf{Im}(r^n))_{n \in \mathbb{N}}; (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2\} \\ &= \{\lambda(\rho^n \cos n\theta)_{n \in \mathbb{N}} + \mu(\rho^n \sin n\theta)_{n \in \mathbb{N}}; (\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2\} \end{aligned}$$

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Savoir-faire. Etudier une suite récurrente linéaire d'ordre 2

Pour étudier une telle suite réelle,

1. on définit l'équation caractéristique associée
2. on calcule le discriminant :
 - ▶ Si $\Delta > 0$ de racines r_1 et r_2 ;
 $\exists A_1, A_2 \in \mathbb{R}$ tels que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = A_1 r_1^n + A_2 r_2^n$.
 - ▶ Si $\Delta = 0$ de racine (double) r ;
 $\exists A_1, A_2 \in \mathbb{R}$ tels que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = (A_1 + A_2 n) r^n$.
 - ▶ Si $\Delta < 0$ de racines $r_1 = \rho e^{i\theta}$ et $r_2 = \rho e^{-i\theta}$;
 $\exists A \in \mathbb{C}$ tels que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = A r_1^n + \overline{A} r_2^n$.
 $\exists A_1, A_2 \in \mathbb{R}$ tels que $\forall n \in \mathbb{N},$
 $u_n = \rho^n (A_1 \cos(n\theta) + A_2 \sin(n\theta)).$

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Avec un second membre

Savoir-faire. Et s'il y a un second membre ?

La résolution se fait comme pour les EDL2 à coefficients constants.

1. On cherche une solution particulière (de la même forme que le second membre et/ou par tâtonnement)
2. On cherche l'ensemble des solutions du problème homogène.

L'ensemble des solutions est la somme de la solution particulière et de l'espace des solutions du problème homogène (ce qui forme un espace affine).

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Avec un second membre

Savoir-faire. Et s'il y a un second membre ?

La résolution se fait comme pour les EDL2 à coefficients constants.

1. On cherche une solution particulière (de la même forme que le second membre et/ou par tâtonnement)
2. On cherche l'ensemble des solutions du problème homogène.

L'ensemble des solutions est la somme de la solution particulière et de l'espace des solutions du problème homogène (ce qui forme un espace affine).

Remarque Démonstrations

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Définition et exemples

La définition a déjà été donnée, il s'agit de considérer seulement certains éléments (mais en nombre infini) de (u_n) , une suite donnée.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Définition et exemples

La définition a déjà été donnée, il s'agit de considérer seulement certains éléments (mais en nombre infini) de (u_n) , une suite donnée.

Définition - Suite extraite

On dit que (v_n) est une suite extraite de (u_n) (ou une sous-suite), si

$$\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \text{ strictement croissante telle que } \forall n \in \mathbb{N}, \\ v_n = u_{\varphi(n)}.$$

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Définition et exemples

La définition a déjà été donnée, il s'agit de considérer seulement certains éléments (mais en nombre infini) de (u_n) , une suite donnée.

Définition - Suite extraite

On dit que (v_n) est une suite extraite de (u_n) (ou une sous-suite), si

$$\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \text{ strictement croissante telle que } \forall n \in \mathbb{N}, \\ v_n = u_{\varphi(n)}.$$

Exemple Extraction paire

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Définition et exemples

La définition a déjà été donnée, il s'agit de considérer seulement certains éléments (mais en nombre infini) de (u_n) , une suite donnée.

Définition - Suite extraite

On dit que (v_n) est une suite extraite de (u_n) (ou une sous-suite), si

$$\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \text{ strictement croissante telle que } \forall n \in \mathbb{N}, \\ v_n = u_{\varphi(n)}.$$

Exemple Extraction paire

Attention - Double extraction

Si (w_n) est une extraction de (v_n) , elle-même une extraction de u_n ,

$\exists \psi_1, \psi_2$ tel que $\forall n \in \mathbb{N}, w_n = v_{\psi_2(n)}$ et $v_n = u_{\psi_1(n)}$,
et donc $\forall n \in \mathbb{N}, w_n = v_{\psi_2(n)} = u_{\psi_1(\psi_2(n))}$, l'extractrice est donc $\varphi_1 \circ \varphi_2$.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Autre point de vue

On a vu également (élargi ici) :

Proposition - Sous-ensemble infini et suite extraite

Soit $A \subset \mathbb{R}$, on a les équivalences :

- i. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini
- ii. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ n'est pas majoré
- iii. $\exists (v_n)$ extraite de (u_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}, v_n \in A$
- iv. $\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \nearrow \nearrow$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$,
 $u_{\varphi(n)} \in A$

On dit (en probabilité, en particulier) que $u_n \in A$ infiniment souvent, écris : $(u_n) \in Ai.s.$ (ou $(u_n) \in Ai.o.$ (infinitely often)).

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Autre point de vue

On a vu également (élargi ici) :

Proposition - Sous-ensemble infini et suite extraite

Soit $A \subset \mathbb{R}$, on a les équivalences :

- i. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini
- ii. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ n'est pas majoré
- iii. $\exists (v_n)$ extraite de (u_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}, v_n \in A$
- iv. $\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \nearrow \nearrow$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$,
 $u_{\varphi(n)} \in A$

On dit (en probabilité, en particulier) que $u_n \in A$ infiniment souvent, écris : $(u_n) \in Ai.s.$ (ou $(u_n) \in Ai.o.$ (infinitely often)).

Démonstration

$\Rightarrow$ Quelques suites classiques

$\Rightarrow$ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Autre point de vue

On a vu également (élargi ici) :

Proposition - Sous-ensemble infini et suite extraite

Soit $A \subset \mathbb{R}$, on a les équivalences :

- i. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini
- ii. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ n'est pas majoré
- iii. $\exists (v_n)$ extraite de (u_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}, v_n \in A$
- iv. $\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \nearrow \nearrow$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$,
 $u_{\varphi(n)} \in A$

On dit (en probabilité, en particulier) que $u_n \in A$ infiniment souvent, écris : $(u_n) \in Ai.s.$ (ou $(u_n) \in Ai.o.$ (infinitely often)).

Démonstration

Remarque Dans la démonstration. . .

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Définition et usage

Bien que la définition de limite n'ait pas encore été donnée, nous donnons cette définition et théorème qui sont surtout liés aux suites extraites.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Définition et usage

Bien que la définition de limite n'ait pas encore été donnée, nous donnons cette définition et théorème qui sont surtout liés aux suites extraites.

Définition - Valeur d'adhérence (d'une suite)

Si α est limite d'une suite extraite de (u_n) on dit que α est une valeur d'adhérence de la suite (u_n) .

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Définition et usage

Bien que la définition de limite n'ait pas encore été donnée, nous donnons cette définition et théorème qui sont surtout liés aux suites extraites.

Définition - Valeur d'adhérence (d'une suite)

Si α est limite d'une suite extraite de (u_n) on dit que α est une valeur d'adhérence de la suite (u_n) .

Exemple $((-1)^n)$ admet deux valeurs d'adhérence.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Définition et usage

Bien que la définition de limite n'ait pas encore été donnée, nous donnons cette définition et théorème qui sont surtout liés aux suites extraites.

Définition - Valeur d'adhérence (d'une suite)

Si α est limite d'une suite extraite de (u_n) on dit que α est une valeur d'adhérence de la suite (u_n) .

Exemple $((-1)^n)$ admet deux valeurs d'adhérence.

Théorème - Limite d'une suite extraite

Toute suite extraite d'une suite tendant vers $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$ est une suite tendant vers $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$.

Autrement écrit : si $(u_n) \rightarrow \ell$, alors (u_n) n'admet qu'une seule valeur d'adhérence : ℓ .

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Définition et usage

Bien que la définition de limite n'ait pas encore été donnée, nous donnons cette définition et théorème qui sont surtout liés aux suites extraites.

Définition - Valeur d'adhérence (d'une suite)

Si α est limite d'une suite extraite de (u_n) on dit que α est une valeur d'adhérence de la suite (u_n) .

Exemple $((-1)^n)$ admet deux valeurs d'adhérence.

Théorème - Limite d'une suite extraite

Toute suite extraite d'une suite tendant vers $\ell \in \overline{R}$ est une suite tendant vers $\ell \in \overline{R}$.

Autrement écrit : si $(u_n) \rightarrow \ell$, alors (u_n) n'admet qu'une seule valeur d'adhérence : ℓ .

Démonstration

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Analyse - Contraire de : « A partir d'un certain rang »

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Analyse - Contraire de : « A partir d'un certain rang »

Théorème - Suite extraite

Soit (u_n) une suite numérique et $B \subset \mathbb{R}$.

Si on n'a pas : $\exists N \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $n \geq N$, $u_n \in B$,
i.e. on a : $\forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N$ tel que $u_n \notin B$.

Alors, il existe une sous-suite (v_n) de (u_n) telle que pour tout
 $n \in \mathbb{N}$, $v_n \notin B$

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Analyse - Contraire de : « A partir d'un certain rang »

Théorème - Suite extraite

Soit (u_n) une suite numérique et $B \subset \mathbb{R}$.

Si on n'a pas : $\exists N \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $n \geq N$, $u_n \in B$,
i.e. on a : $\forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N$ tel que $u_n \notin B$.

Alors, il existe une sous-suite (v_n) de (u_n) telle que pour tout
 $n \in \mathbb{N}$, $v_n \notin B$

Démonstration

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Exemples

Exemple - Suite non nulle à partir d'un certain rang

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Examples

Exemple - Suite non nulle à partir d'un certain rang

On exploite aussi des suites extraites pour étudier des suites non majorées :

Théorème - Suite non majorée

(u_n) est une suite numérique non majorée

ssi il existe une suite extraite de (u_n) tendant vers l'infini.

i.e. $\exists \varphi \nearrow \nearrow$ tel que $(u_{\varphi(n)}) \rightarrow +\infty$

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

3. Suites extraites

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

Exemples

Exemple - Suite non nulle à partir d'un certain rang

On exploite aussi des suites extraites pour étudier des suites non majorées :

Théorème - Suite non majorée

(u_n) est une suite numérique non majorée

ssi il existe une suite extraite de (u_n) tendant vers l'infini.

i.e. $\exists \varphi \nearrow \nearrow$ tel que $(u_{\varphi(n)}) \rightarrow +\infty$

Démonstration

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Exemples

Exemple - Suite non nulle à partir d'un certain rang

On exploite aussi des suites extraites pour étudier des suites non majorées :

Théorème - Suite non majorée

(u_n) est une suite numérique non majorée

ssi il existe une suite extraite de (u_n) tendant vers l'infini.

i.e. $\exists \varphi \nearrow \nearrow$ tel que $(u_{\varphi(n)}) \rightarrow +\infty$

Démonstration

Exercice

Soit (u_n) une suite à valeurs dans $[a, b]$. Soient $\epsilon > 0$ et

$$n = \left\lfloor \frac{b-a}{\epsilon} \right\rfloor.$$

1. Montrer que $[a, b]$ peut s'écrire comme une réunion de n intervalles de taille inférieure à $\epsilon > 0$
2. Montrer qu'il existe un ensemble $A \subset [a, b]$ de taille inférieure à ϵ et une suite extraite de (u_n) tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{\varphi(n)} \in A$.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Proposition - Lemme des pics

Soit E , un ensemble totalement ordonné.

Toute suite de E admet une sous-suite croissante ou une sous-suite décroissante.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

Proposition - Lemme des pics

Soit E , un ensemble totalement ordonné.

Toute suite de E admet une sous-suite croissante ou une sous-suite décroissante.

C'est encore plus fin ici, car l'ensemble A n'est pas fixe, d'une certaine façon... On travaille donc sur N directement et on doit adapter la démonstration.

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Enoncé incroyable

Proposition - Lemme des pics

Soit E , un ensemble totalement ordonné.

Toute suite de E admet une sous-suite croissante ou une sous-suite décroissante.

C'est encore plus fin ici, car l'ensemble A n'est pas fixe, d'une certaine façon... On travaille donc sur N directement et on doit adapter la démonstration.

Démonstration

On note $N = \{n \in \mathbb{N} \mid \forall m > n, u_n \leq u_m\} \dots$

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Enoncé incroyable

Proposition - Lemme des pics

Soit E , un ensemble totalement ordonné.

Toute suite de E admet une sous-suite croissante ou une sous-suite décroissante.

C'est encore plus fin ici, car l'ensemble A n'est pas fixe, d'une certaine façon... On travaille donc sur N directement et on doit adapter la démonstration.

Démonstration

On note $N = \{n \in \mathbb{N} \mid \forall m > n, u_n \leq u_m\} \dots$

Remarque Le lemme de ERDÖS-SZEKERES

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

Objectifs

⇒ Quelques suites classiques

- ▶ Suites arithmétiques, géométriques.

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogène d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

Objectifs

⇒ Quelques suites classiques

- ▶ Suites arithmétiques, géométriques.
- ▶ Suites arithmético-géométriques : $u_{n+1} = qu_n + r$.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Conclusion

Objectifs

⇒ Quelques suites classiques

- ▶ Suites arithmétiques, géométriques.
- ▶ Suites arithmético-géométriques : $u_{n+1} = qu_n + r$.
On considère ℓ tel que $\ell = q\ell + r$ et on étudie $(u_n - \ell)$

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Conclusion

Objectifs

⇒ Quelques suites classiques

- ▶ Suites arithmétiques, géométriques.
- ▶ Suites arithmético-géométriques : $u_{n+1} = qu_n + r$.
On considère ℓ tel que $\ell = q\ell + r$ et on étudie $(u_n - \ell)$
- ▶ Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : $au_{n+2} + bu_{n+1} + cu_n = 0$

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Conclusion

Objectifs

⇒ Quelques suites classiques

- ▶ Suites arithmétiques, géométriques.
- ▶ Suites arithmético-géométriques : $u_{n+1} = qu_n + r$.
On considère ℓ tel que $\ell = q\ell + r$ et on étudie $(u_n - \ell)$
- ▶ Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : $au_{n+2} + bu_{n+1} + cu_n = 0$
On considère les racines r_1, r_2 de $ar^2 + br + c$.
 (u_n) est une c.l. des suites (r_1^n) et (r_2^n) .

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

- ▶ Si $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini ($\Leftrightarrow$ n'est pas majoré), alors il existe une sous-suite $(u_{\varphi(n)})$ d'éléments de A

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

- ▶ Si $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini ($\Leftrightarrow$ n'est pas majoré), alors il existe une sous-suite $(u_{\varphi(n)})$ d'éléments de A
- ▶ Valeurs d'adhérence d'une suite.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

- ▶ Si $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini ($\Leftrightarrow$ n'est pas majoré), alors il existe une sous-suite $(u_{\varphi(n)})$ d'éléments de A
- ▶ Valeurs d'adhérence d'une suite.
- ▶ Si $\forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N$ tel que $u_n \notin A$.

Alors il existe une suite (v_n) de (u_n) tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \notin A$.

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

⇒ Quelques suites
classiques

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

2.1. Suites
arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires
homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une
suite

3.3. Application 1 : Contraire de
« à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

Pour la prochaine fois

- ▶ Lecture du cours : chapitre 18- Suites numériques
4.Limite d'une suite
- ▶ Exercices N° 339 & 341
- ▶ TD de jeudi (nouvelle numérotation) :
 - 8h-10h : 340, 350, 346, 353, 355, 361
 - 10h-12h : 342, 351, 348, 354, 363

⇒ Quelques suites classiques

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2.1. Suites arithmético-géométriques

2.2. Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Valeur d'adhérence d'une suite

3.3. Application 1 : Contraire de « à partir d'un certain rang »

3.3. Application 2 : Lemme des pics