

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ${\mathbb R}$

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

Voisinage et

⇒ Connexité intervalles

- . Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
- 2.2. Intérieur, adhérend
- onnexité
- 3.1. Connexité
- 3.3. Sur-ensemble : droite

- 1. Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
 - 2.1. Voisinages
 - 2.2. Intérieur, adhérence
- 3. Intervalles et connexité
 - 3.1. Connexité
 - 3.2. Intervalle réel
 - 3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et

⇒ Connexité ntervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3 Intervalles et

01111071110

3.1. Connexité

.3. Sur-ensemble : droite

Problème - Extension aux suites de la propriété de la borne supérieure.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité ∈ intervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

Voisinages
 Intérieur adhérent

Loton alloc ot

1 Connovitó

3.2. Intervalle rée

i.3. Sur-ensemble : droite

Problème - Extension aux suites de la propriété de la borne supérieure.

Problème - Voisinage

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité ∈ intervalles

- 1. Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
- 2.2. Intérieur, adhérenc
 - nnexité
- 3.1. Connexité
- 3.2. IIItervalle reel 3.2. Sur opsomble : droi
- 3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

Problème - Extension aux suites de la propriété de la borne supérieure.

Problème - Voisinage

Problème - Pas de trou

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité ntervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérenc

onnexité

3.1. Connexité

3.3. Sur-ensemble : droite

Problème - Extension aux suites de la propriété de la borne supérieure.

Problème - Voisinage

Problème - Pas de trou

Problème - Principe de dichotomie

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité ntervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

onnexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle ré

3. Sur-ensemble : droite

- 1. Problèmes
- 2. Halo autour de $\alpha \in \mathbb{R}$
 - 2.1. Voisinages
 - 2.2. Intérieur, adhérence
- 3. Intervalles et connexité
 - 3.1. Connexité
 - 3.2. Intervalle rée
 - 3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et

⇒ Connexité ntervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3 Intervalles et

IIII EXILE

3.1. Connexité

.3. Sur-ensemble : droite

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages 2.2. Intérieur, adhérend

3 Intervalles et

connexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle ré

.3. Sur-ensemble : droite

Heuristique. Exemple de limite de suites

On a vu que pour les suites il y a deux formalismes différents selon qu'elle converge vers un nombre ℓ ou diverge vers l'infini :

$$\forall \ \epsilon > 0, \exists \ N \in \mathbb{N} \mid \forall \ n \geq N, |u_n - \ell| < \epsilon$$

$$\forall A > 0, \exists N \in \mathbb{N} \mid \forall n \geq N, u_n > A$$

- $n \ge N$, correspond à un certain voisinage entiers de $+\infty$,
- $\forall \ A, \dots > A$ à l'ensemble des voisinages réels de $+\infty$
- $\forall \ \epsilon > 0, | \cdots \ell | < \epsilon$ à l'ensemble des voisinage de ℓ .

Il est préférable d'unifier en une notation ces différents types de voisinage.

2.1. Voisinages

Définition - Voisinage d'un point de $\overline{\mathbb{R}}$

Soit $a \in \mathbb{R}$.

 $V \subset \mathbb{R}$ est un voisinage de α s'il existe $\epsilon > 0$ tel que

 $[a-\epsilon,a+\epsilon]\subset V$.

 $V \subset \mathbb{R}$ est un voisinage de $+\infty$ s'il existe $A \in \mathbb{R}$ tel que

 $[A, +\infty[\subset V]$

 $V \subset \mathbb{R}$ est un voisinage de $-\infty$ s'il existe $B \in \mathbb{R}$ tel que

 $]-\infty,B]\subset V$

Une propriété est dite vraie au voisinage de

$$a \in \overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{+\infty, -\infty\}$$

si elle est vraie sur un voisinage de a.

On note \mathcal{V}_a l'ensemble des voisinages du point $a \in \mathbb{R}$.

Définition - Voisinage d'un point de $\overline{\mathbb{R}}$

Soit $a \in \mathbb{R}$.

 $V \subset \mathbb{R}$ est un voisinage de a s'il existe $\epsilon > 0$ tel que

$$[a-\epsilon,a+\epsilon]\subset V$$
.

 $V \subset \mathbb{R}$ est un voisinage de $+\infty$ s'il existe $A \in \mathbb{R}$ tel que

$$[A, +\infty[\subset V]$$

 $V \subset \mathbb{R}$ est un voisinage de $-\infty$ s'il existe $B \in \mathbb{R}$ tel que

$$]-\infty,B]\subset V$$

Une propriété est dite vraie au voisinage de

$$a \in \overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{+\infty, -\infty\}$$

si elle est vraie sur un voisinage de a.

On note V_a l'ensemble des voisinages du point $a \in \overline{\mathbb{R}}$.

Exemple $[2,3] \cup]4,6[$

⇒ Voisinage et débordement

> Connexité ∈ ntervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérent

3. Intervalles et

2.1 Connovité

3.1. Connexité

3.2. Ilitervalle leel

3. Sur-ensemble : droite mérique achevée

2.1. Voisinages

Définition - Voisinage d'un point de $\overline{\mathbb{R}}$

Soit $a \in \mathbb{R}$.

 $V \subset \mathbb{R}$ est un voisinage de α s'il existe $\epsilon > 0$ tel que

 $[a-\epsilon,a+\epsilon]\subset V$.

 $V \subset \mathbb{R}$ est un voisinage de $+\infty$ s'il existe $A \in \mathbb{R}$ tel que

 $[A, +\infty[\subset V]$

 $V \subset \mathbb{R}$ est un voisinage de $-\infty$ s'il existe $B \in \mathbb{R}$ tel que

 $]-\infty,B]\subset V$

Une propriété est dite vraie au voisinage de

$$a \in \overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{+\infty, -\infty\}$$

si elle est vraie sur un voisinage de a.

On note \mathcal{V}_a l'ensemble des voisinages du point $a \in \mathbb{R}$.

Exemple $[2,3] \cup]4,6[$ Remarque Voisinage avec des ouverts Soit $a \in \mathbb{R}$ ou $a \in \{-\infty, +\infty\}$ (i.e. $a \in \overline{\mathbb{R}}$).

- Pour tout voisinage V de a (i.e. $V \in \mathcal{V}_a$), $a \in V$.
- Si $V \in \mathcal{V}_a$ et $V \subset W$, alors $W \in \mathcal{V}_a$.
- \bullet L'intersection de deux voisinages de a est un voisinage de a (non vide) :

$$\forall~V_1,V_2\in\mathcal{V}_a,~V_1\cap V_2\in\mathcal{V}_a.$$

• $\bigcap_{V \in \mathcal{V}_a} = \{a\}$ (borne inférieure...) - qui n'est pas un voisinage de a.

Voisinage et bordement

> Connexite (itervalles

- . Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
 2.2 Intérieur adhérenc
- 3. Intervalles et
 - 3.1 Connexité
- 3.2. Intervalle
 - 3. Sur-ensemble : droite

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérenc

3. Intervalles et

3.1. Connexité

3.1. Connexite

.3. Sur-ensemble : droit

Proposition - Stabilité de voisinage par intersection

Soit $a \in \mathbb{R}$ ou $a \in \{-\infty, +\infty\}$ (i.e. $a \in \overline{\mathbb{R}}$).

- Pour tout voisinage V de a (i.e. $V \in \mathcal{V}_a$), $a \in V$.
- Si $V \in \mathcal{V}_a$ et $V \subset W$, alors $W \in \mathcal{V}_a$.
- L'intersection de deux voisinages de a est un voisinage de a (non vide) :

$$\forall V_1, V_2 \in \mathcal{V}_a, V_1 \cap V_2 \in \mathcal{V}_a.$$

• $\bigcap_{V \in \mathcal{V}_a} = \{a\}$ (borne inférieure...) - qui n'est pas un voisinage de a.

Demonstration

Soit $a \in \mathbb{R}$ ou $a \in \{-\infty, +\infty\}$ (i.e. $a \in \overline{\mathbb{R}}$).

- Pour tout voisinage V de a (i.e. $V \in \mathcal{V}_a$), $a \in V$.
- Si $V \in \mathcal{V}_a$ et $V \subset W$, alors $W \in \mathcal{V}_a$.
- \bullet L'intersection de deux voisinages de a est un voisinage de a (non vide) :

$$\forall~V_1,V_2\in\mathcal{V}_a,~V_1\cap V_2\in\mathcal{V}_a.$$

• $\bigcap_{V \in \mathcal{V}_a} = \{a\}$ (borne inférieure...) - qui n'est pas un voisinage de a.

Demonstration

Exercice

Soient ℓ_1 , $\ell_2 \in \overline{\mathbb{R}}$. Montrer que :

Si
$$\forall \ V \in \mathcal{V}_{\ell_1}, \ \ell_2 \in V \ \text{(i.e } V \in \mathcal{V}_{\ell_2} \text{), alors } \ell_1 = \ell_2.$$

⇒ Voisinage et débordement

> · Connexite e tervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2. Intérieur, adhérenc

Intervalles et

onnexité

3.1. Connexité

3. Sur-ensemble : droite

- 1. Problèmes
- 2. Halo autour de $\alpha \in \mathbb{R}$
 - 2.1. Voisinages
 - 2.2. Intérieur, adhérence
- 3. Intervalles et connexité
 - 3.1 Conneyité
 - 3.2 Intervalle rée
 - 3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et

⇒ Connexité ntervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

. Intervalles et onnexité

.1. Connexité

3.2. Intervalle rée

3.3. Sur-ensemble : droite

Intérieur

Pour nous, le but des définitions qui suivront est de donner le vocabulaire le plus adaptée aux questions qui se poseront pour définir avec précision la continuité (mais aussi la dérivabilité) des fonctions numériques.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage e débordement

⇒ Connexitè intervalles

- 1. Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
 2.2. Intérieur, adhérence
- 2.2. Interieur, adherenc
- nnexite
- .1. Connexité
- . Sur-ensemble : droite

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2 Intérieur, adhérence

2. Linteredi, denotedo

connexité

3.1. Connexité

.3. Sur-ensemble : droite

Pour nous, le but des définitions qui suivront est de donner le vocabulaire le plus adaptée aux questions qui se poseront pour définir avec précision la continuité (mais aussi la dérivabilité) des fonctions numériques.

Définition - Point intérieur à une partie de ℝ

Soit A une partie de \mathbb{R} .

On dit que a est un point intérieur de A, si il existe $\epsilon > 0$ tel que $[a - \epsilon, a + \epsilon] \subset A$.

Ou encore si A est un voisinage de a. On note alors $a \in \mathring{A}$. \mathring{A} est l'ensemble des points intérieurs de A.

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2 Intérieur, adhérence

3 Intervalles et

connexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle

3.3. Sur-ensemble : droite

Pour nous, le but des définitions qui suivront est de donner le vocabulaire le plus adaptée aux questions qui se poseront pour définir avec précision la continuité (mais aussi la dérivabilité) des fonctions numériques.

Définition - Point intérieur à une partie de ℝ

Soit A une partie de \mathbb{R} .

On dit que a est un point intérieur de A, si il existe $\epsilon > 0$ tel que $[a - \epsilon, a + \epsilon] \subset A$.

Ou encore si A est un voisinage de a. On note alors $a \in \mathring{A}$. \mathring{A} est l'ensemble des points intérieurs de A.

Exemple. Cas d'un intervalle semi-ouvert

Stabilité

Propostion - Stabilité

Soit A_1,A_2 deux parties de $\mathbb R$ telles que $A_1\subset A_2$. Alors $\mathring{A_1}\subset \mathring{A_2}$.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité intervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

B. Intervalles et

3.1 Connexité

3.1. Connexité
3.2 Intervalle ré

3. Sur-ensemble : droite

Stabilité

Propostion - Stabilité

Soit A_1, A_2 deux parties de $\mathbb R$ telles que $A_1 \subset A_2$. Alors $\mathring{A_1} \subset \mathring{A_2}$.

Démonstration

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité intervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

3 Intervalles et

connexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle

l. Sur-ensemble : droite

Adhérence

Définition - Point adhérent à une partie de ℝ

Soit A une partie de \mathbb{R} .

On dit que a est un point adhérant de A, si $\forall \epsilon > 0$ tel que $[a - \epsilon, a + \epsilon] \cap A \neq \emptyset$.

On note alors $a \in \overline{A}$.

 \overline{A} est l'ensemble des points adhérents de A.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité ntervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2. Intérieur, adhérence

. Intervalles et

onnexité

3.1. Connexité

3. Sur-ensemble : droite

On dit que a est un point adhérant de A, si $\forall \epsilon > 0$ tel que $[a - \epsilon, a + \epsilon] \cap A \neq \emptyset$.

On note alors $a \in \overline{A}$.

 \overline{A} est l'ensemble des points adhérents de A.

Attention. Ne pas confondre...

Point adhérent à une partie et valeur d'adhérence d'une suite.

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité ntervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

3. Intervalles et

3.1 Connevité

3.1. Connexité

Sur-ensemble : droite

On dit que a est un point adhérant de A, si $\forall \epsilon > 0$ tel que $[a - \epsilon, a + \epsilon] \cap A \neq \emptyset$.

On note alors $a \in \overline{A}$.

 \overline{A} est l'ensemble des points adhérents de A.

Attention. Ne pas confondre...

Point adhérent à une partie et valeur d'adhérence d'une suite.

Exemple Cas d'un intervalle semi-ouvert

⇒ Voisinage et déhordement

> Connexité itervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

3. Intervalles et

3.1 Connevité

3.1. Connexité

2.2 Intervalle rée

3. Sur-ensemble : droite

On dit que a est un point adhérant de A, si $\forall \ \epsilon > 0$ tel que

$$[a-\epsilon,a+\epsilon]\cap A\neq\emptyset$$
.

On note alors $a \in \overline{A}$.

A est l'ensemble des points adhérents de A.

Attention. Ne pas confondre...

Point adhérent à une partie et valeur d'adhérence d'une suite.

Exemple Cas d'un intervalle semi-ouvert

Proposition - Stabilité

Soit A_1, A_2 deux parties de \mathbb{R} telles que $A_1 \subset A_2$.

Alors $\overline{A_1} \subset \overline{A_2}$.

⇒ Voisinage et débordement

tervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages 2.2. Intérieur, adhérence

0 1-4-----

onnexité

.1. Connexité

3.2. Intervalle rée

3. Sur-ensemble : droite umérique achevée

On dit que a est un point adhérant de A, si $\forall \ \epsilon > 0$ tel que

$$[a-\epsilon,a+\epsilon]\cap A\neq\emptyset$$
.

On note alors $a \in \overline{A}$.

A est l'ensemble des points adhérents de A.

Attention. Ne pas confondre...

Point adhérent à une partie et valeur d'adhérence d'une suite.

Exemple Cas d'un intervalle semi-ouvert

Proposition - Stabilité

Soit A_1, A_2 deux parties de \mathbb{R} telles que $A_1 \subset A_2$.

Alors $A_1 \subset A_2$.

Démonstration

⇒ Voisinage et débordement

tervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

onnexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle rée

.3. Sur-ensemble : droite

4日ト4月ト4日ト4日ト ヨ かなべ

Point d'accumulation

On a parfois besoin d'une suite convergente vers a, tout en étant différente de a.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et

⇒ Connexité intervalles

- . Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
- 2.2. Intérieur, adhérend
- onnexite
- 3.1. Connexité
- 3.3. Sur-ensemble : droite

Définition - Point d'accumulation

On dit que a est un point d'accumulation de A

si
$$\forall \epsilon > 0$$
 tel que $[[a - \epsilon, a + \epsilon] \cap A] \setminus \{a\} \neq \emptyset$.

Autrement écrit a est un point d'accumulation ssi $a \in \overline{A \setminus \{a\}}$.

→ Voisinage et lébordement

> Connexité ∈ ntervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

3. Intervalles et

3.1 Connexité

3.2. Intervalle i

Sur-ensemble : droite

Définition - Point d'accumulation

On dit que a est un point d'accumulation de A

si
$$\forall \epsilon > 0$$
 tel que $[[a - \epsilon, a + \epsilon] \cap A] \setminus \{a\} \neq \emptyset$.

Autrement écrit a est un point d'accumulation ssi $a \in \overline{A \setminus \{a\}}$.

Remarque. Points isolés

- ⇒ Voisinage et débordement
 - Connexité e ervalles
- . Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
- 2.2. Intérieur, adhérence
- 3. Intervalles
 - 1 Connexité
 - 3.2. Intervalle r
 - 3. Sur-ensemble : droite

Définition - Point d'accumulation

On dit que a est un point d'accumulation de A

si
$$\forall \ \epsilon > 0$$
 tel que $[[a - \epsilon, a + \epsilon] \cap A] \setminus \{a\} \neq \emptyset$.

Autrement écrit a est un point d'accumulation ssi $a \in \overline{A \setminus \{a\}}$.

Remarque. Points isolés

Exemple. Point d'accumulation de $A = \{0\} \cup [1, 4]$

 Voisinage et ébordement

Connexite e ervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

3. Intervalles e

3.1 Connevité

3.1. Connexité

Sur-ensemble : droite

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérence

2. Interior, auriereno

connexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle rée

i.3. Sur-ensemble : droite umérique achevée

On a parfois besoin d'une suite convergente vers a, tout en étant différente de a.

Définition - Point d'accumulation

On dit que a est un point d'accumulation de A

 $\text{si }\forall \ \epsilon>0 \ \text{tel que } \left[\left[a-\epsilon,a+\epsilon\right]\cap A\right]\setminus \{a\}\neq \varnothing.$

Autrement écrit a est un point d'accumulation ssi $a \in \overline{A \setminus \{a\}}$.

Remarque. Points isolés

Exemple. Point d'accumulation de $A = \{0\} \cup [1, 4[$

Exercice

Montrer que si a est un point d'accumulation, alors dans chaque voisinage de a, il existe une infinité de points de A.

 $x \rightarrow a, x \in A$

Les points d'accumulation sont les points que l'on peut approcher par des points de $A\setminus\{a\}$, ou encore pour lesquels la question du calcul de $\lim_{n\to\infty} a \text{ un sens.}$

 $x \rightarrow a, x \in A, x \neq a$

⇒ Voisinage et débordement

> Connexité ∈ ntervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

. Intervalles et

nnexite

3.1. Connexité 3.2 Intervalle réal

3. Sur-ensemble : droite

Les points adhérents sont les points que l'on peut approcher par des points de A, ou encore pour lesquels la question du calcul de lim a un sens. $x \rightarrow a, x \in A$

Les points d'accumulation sont les points que l'on peut approcher par des points de $A \setminus \{a\}$, ou encore pour lesquels la question du calcul de lim a un sens. $x \rightarrow a, x \in A, x \neq a$

Proposition - Suite convergente d'éléments de A

Soit A une partie de \mathbb{R} . Soit $a \in A$ a est adhérent à A si et seulement si il existe $(a_n) \in A^{\mathbb{N}}$ tel que $a = \lim(a_n)$.

Les points adhérents de A sont toutes les limites possibles d'éléments de A.

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.2. Intérieur, adhérence

3. Intervalles et

3.1. Connexité

3.1. Connexite
3.2. Intervalle ré

3. Sur-ensemble : droite

Les points adhérents sont les points que l'on peut approcher par des points de A, ou encore pour lesquels la question du calcul de \lim_{\longrightarrow} a un sens.

 $x \rightarrow \alpha, x \in A$

Les points d'accumulation sont les points que l'on peut approcher par des points de $A\setminus\{a\}$, ou encore pour lesquels la question du calcul de $\lim_{x\to a, x\in A, x\neq a}$ a un sens.

Proposition - Suite convergente d'éléments de A

Soit A une partie de \mathbb{R} . Soit $a \in A$ a est adhérent à A si et seulement si il existe $(a_n) \in A^{\mathbb{N}}$ tel que $a = \lim(a_n)$.

Les points adhérents de A sont toutes les limites possibles d'éléments de A.

Démonstration



Complément sur la borne supérieure (inférieure)

Proposition - Borne supérieure

Soit X une partie non vide majorée de \mathbb{R} . Soit M un majorant de X.

 $M \in \overline{X}$ (M est adhérent de X). Plus précisément, c'est le seul majorant adhérent à X: Alors $M = \sup X$ si et seulement si il existe une suite d'éléments de X qui converge vers M.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

> Connexité e itervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

connexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle

.3. Sur-ensemble : droite

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2. Intérieur, adhérence

3 Intervalles et

2.1 Connovitó

3.1. Connexité

3.2. Intervalle

3.3. Sur-ensemble : droite

Proposition - Borne supérieure

Soit X une partie non vide majorée de \mathbb{R} . Soit M un majorant de X.

 $M \in \overline{X}$ (M est adhérent de X). Plus précisément, c'est le seul majorant adhérent à X: Alors $M = \sup X$ si et seulement si il existe une suite d'éléments de X qui converge vers M.

Exercice

Donner la caractérisation équivalente pour $m = \inf X$

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Intérieur, adhérence

3 Intervalles et

connexité

3.1. Connexite

3.3. Sur-ensemble : droite

Proposition - Borne supérieure

Soit X une partie non vide majorée de \mathbb{R} . Soit M un majorant de X.

 $M \in \overline{X}$ (M est adhérent de X). Plus précisément, c'est le seul majorant adhérent à X: Alors $M = \sup X$ si et seulement si il existe une suite d'éléments de X qui converge vers M.

Exercice

Donner la caractérisation équivalente pour $m = \inf X$

Démonstration

Densité dans ℝ

Remarque Rappel de la définition de la densité

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage e déhordement

⇒ Connexited intervalles

- . Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
- 2.2. Intérieur, adhérence
- connexité
- 3.1. Connexité
- .2. Intervalle reel : 3. Sur-ansamble : droits

Densité dans ℝ

Remarque Rappel de la définition de la densité

Proposition - Densité

Une partie X de $\mathbb R$ est dense dans $\mathbb R$

ssi $\overline{X} = \mathbb{R}$ (\mathbb{R} est égal à l'adhérence de X.)

ssi pour tout α réel il existe $(x_n) \in X^{\mathbb{N}}$ telle que $(x_n) \to \alpha$.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité intervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

. Intervalles et

.1. Connexité

3.2. Intervalle réel

.3. Sur-ensemble : droite iumérique achevée

Densité dans ℝ

Remarque Rappel de la définition de la densité

Proposition - Densité

Une partie X de $\mathbb R$ est dense dans $\mathbb R$

ssi $\overline{X} = \mathbb{R}$ (\mathbb{R} est égal à l'adhérence de X.)

ssi pour tout a réel il existe $(x_n) \in X^{\mathbb{N}}$ telle que $(x_n) \to a$.

Démonstration

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

→ Voisinage et débordement

⇒ Connexité ntervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3. Intervalles et

connexité

3.1. Connexité

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3. Intervalles et connexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle ré

3. Sur-ensemble : droite

4 ロ ト 4 個 ト 4 章 ト 4 章 ト 章 - 9 Q (^

Remarque Rappel de la définition de la densité

Proposition - Densité

Une partie X de $\mathbb R$ est dense dans $\mathbb R$

ssi $\overline{X} = \mathbb{R}$ (\mathbb{R} est égal à l'adhérence de X.)

ssi pour tout a réel il existe $(x_n) \in X^{\mathbb{N}}$ telle que $(x_n) \to a$.

Démonstration

Proposition - Densité des rationnels dans ℝ

La densité des rationnels dans \mathbb{R} permet d'affirmer que : tout nombre réel est limite d'une suite de rationnels.

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3. Intervalles e connexité

3.1. Connexité

3.1. Connexité

.3. Sur-ensemble : droite

Remarque Rappel de la définition de la densité

Proposition - Densité

Une partie X de $\mathbb R$ est dense dans $\mathbb R$

ssi $\overline{X}=\mathbb{R}$ (\mathbb{R} est égal à l'adhérence de X.)

ssi pour tout a réel il existe $(x_n) \in X^{\mathbb{N}}$ telle que $(x_n) \to a$.

Démonstration

Proposition - Densité des rationnels dans ℝ

La densité des rationnels dans \mathbb{R} permet d'affirmer que : tout nombre réel est limite d'une suite de rationnels.

Remarque On a mieux encore...

1. Problèmes

- 2. Halo autour de $\alpha \in \mathbb{R}$
 - 2.1. Voisinages
 - 2.2. Intérieur, adhérence
- 3. Intervalles et connexité
 - 3.1. Connexité
 - 3.2 Intervalle rée
 - 3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et

⇒ Connexité ntervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérence

3. Intervalles et

3.1. Connexite

Ensemble (non) séparé

Le but est donné un nom propre aux ensembles « continues », i.e. sans trou afin d'appliquer le théorème des valeurs intermédiaires.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage e débordement

> ⇒ Connexité ntervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

Voisinages
 Intériour adhérent

Intervalles et

1 Connovitó

3.1. Connexite

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. voisinages 2.2. Intérieur, adhérend

3. Intervalles et

3.1. Connexité

3.1. Connexité

.3. Sur-ensemble : droite

Le but est donné un nom propre aux ensembles « continues », i.e. sans trou afin d'appliquer le théorème des valeurs intermédiaires.

Définition - Ensemble séparé

Soient A et B, deux parties de \mathbb{R} .

On dit A et B sont séparés si $A \cap \overline{B} = \emptyset$ et $\overline{A} \cap B = \emptyset$.

Aucun point de A n'est dans l'adhérence de B, aucun point de B n'est dans l'adhérence de A.

Définition - Ensemble séparé Soient A et B, deux parties de \mathbb{R} .

n'est dans l'adhérence de A.

Voisinages
 Intérieur, adhérence

3. Intervalles et

connexité

3.1. Connexité

s.2. Intervalle reel s.3. Sur-ensemble : droite

Exemple Cas de A =]0,1[et B =]1,2] ou B = [1,2]

On dit A et B sont séparés si $A \cap \overline{B} = \emptyset$ et $\overline{A} \cap B = \emptyset$.

Le but est donné un nom propre aux ensembles « continues », i.e. sans trou afin d'appliquer le théorème des valeurs intermédiaires.

Aucun point de A n'est dans l'adhérence de B, aucun point de B

4 □ ト 4 □ ト 4 亘 ト 4 亘 り 9 ○ ○

Ensemble connexe

Définition - Ensemble connexe

Soit E une partie de \mathbb{R} .

On dit que E est connexe, si on ne peut pas l'écrire comme réunion de deux sous-ensembles séparés non vide.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et déhordement

> → Connexité ntervalles

> . Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

. Intervalles et

illiexite

3.1. Connexite

Ensemble connexe

Définition - Ensemble connexe

Soit E une partie de \mathbb{R} .

On dit que E est connexe, si on ne peut pas l'écrire comme réunion de deux sous-ensembles séparés non vide.

Exemple Réunion d'intervalles

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et

⇒ Connexité ntervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. voisinages 2.2. Intérieur, adhérenc

. Intervalles et

1 Committee

3.1. Connexite

Ensemble connexe

Définition - Ensemble connexe

Soit E une partie de \mathbb{R} .

On dit que E est connexe, si on ne peut pas l'écrire comme réunion de deux sous-ensembles séparés non vide.

Exemple Réunion d'intervalles

Exercice

Faire la démonstration de [0,4] est connexe.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et déhordement

⇒ Connexité ntervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Interieur, adherenc

nnexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle reel 3.3. Sur.ancambla : droite

3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée Soit E une partie de \mathbb{R} .

On dit que E est connexe, si on ne peut pas l'écrire comme réunion de deux sous-ensembles séparés non vide.

Exemple Réunion d'intervalles

Exercice

Faire la démonstration de [0,4] est connexe.

La méthode s'adapte à tout intervalle. Ainsi, dans \mathbb{R} , tous les intervalles (même ouverts) sont connexes.

Savoir-faire. Montrer qu'une partie de ${\mathbb R}$ est connexe

La méthode consiste souvent à faire un raisonnement par l'absurde et à travailler à partir du nombre x_0 qui est obtenu comme borne supérieure d'un ensemble A (à inventer) et élément de B ou bien élément de A et borne inférieure de B. A partir de ce x_0 , trouver une contradiction.

⇒ Voisinage e

⇒ Connexité ntervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3 Intervalles et

onnexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle

3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

1. Problèmes

- 2. Halo autour de $\alpha \in \mathbb{R}$
 - 2.1. Voisinage:
 - 2.2. Intérieur, adhérence
- 3. Intervalles et connexité
 - 3.1 Connexité
 - 3.2. Intervalle réel
 - 3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et

⇒ Connexité ntervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérenc

3. Intervalles et

IIIIEAILE

3.1. Connexite

Intervalles

Définition - Caractérisation des intervalles de ℝ

Soit I une partie non vide de $\mathbb R$. On dit que I est un intervalle de $\mathbb R$ si il vérifie :

$$\forall x < y \in I, \quad \{t \in \mathbb{R} \mid x \le t \le y\} \subset I$$

(I est une partie convexe de \mathbb{R}).

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité ntervalles

- . Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
 2.2. Intérieur, adhérenci
- 3 Intervalles et
 - t Connevité
- 3.2. Intervalle
 - 3. Sur-ensemble : droite

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérent

Intervalles et connexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle

3. Sur-ensemble : droite

Définition - Caractérisation des intervalles de R

Soit I une partie non vide de $\mathbb R$. On dit que I est un intervalle de $\mathbb R$ si il vérifie :

$$\forall x < y \in I, \quad \{t \in \mathbb{R} \mid x \le t \le y\} \subset I$$

(I est une partie convexe de \mathbb{R}).

On notera plus simplement [a,b] l'ensemble $\{t \in \mathbb{R} \mid x \le t \le y\}$ dont il est question dans la définition.

Soit I une partie non vide de $\mathbb R$. On dit que I est un intervalle de $\mathbb R$ si il vérifie :

$$\forall x < y \in I, \quad \{t \in \mathbb{R} \mid x \le t \le y\} \subset I$$

(I est une partie convexe de \mathbb{R}).

On notera plus simplement [a,b] l'ensemble $\{t \in \mathbb{R} \mid x \le t \le y\}$ dont il est question dans la définition.

Exemple Ensemble des majorants d'une partie majorée

- ⇒ Voisinage et débordement
- > Connexité ∈ ntervalles
- . Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
- 3. Intervalles et
 - t Connevité
 - 3.1. Connexite
 - 3.3. Sur-ensemble : droite

Intervalles de ℝ

Proposition - Intervalles de \mathbb{R}

Tout intervalle de $\mathbb R$ est de la forme (a,b), avec a < b et $a,b \in \overline{\mathbb R}$. Par notation "(",")" \in {"[","]"}.

Ce qui revient au même que de montrer qu'il existe $a,b\in \overline{\mathbb{R}}$ tel que $]a,b[\subset I\subset [a,b].$

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

- ⇒ Voisinage et
- > Connexité e tervalles
- I. Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
- 3. Intervalles e connexité
- 3.1. Connexité
- 3.2. Intervalle réel
- 3. Sur-ensemble : droite

Intervalles de ℝ

Proposition - Intervalles de $\mathbb R$

Tout intervalle de $\mathbb R$ est de la forme (a,b), avec a < b et $a,b \in \overline{\mathbb R}$. Par notation "(",")" \in {"[","]"}.

Ce qui revient au même que de montrer qu'il existe $a,b\in\overline{\mathbb{R}}$ tel que $]a,b[\subset I\subset [a,b].$

Démonstration

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur $\mathbb R$

- ⇒ Voisinage et
- ⇒ Connexité ntervalles
- . Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
- 3 Intervalles et
- onnexité
- 3.1. Connexité
 - Sur-ensemble : droite

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhéren

 Intervalles et connexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle rée

l. Sur-ensemble : droite

Proposition - Intervalles de $\mathbb R$

Tout intervalle de $\mathbb R$ est de la forme (a,b), avec a < b et $a,b \in \overline{\mathbb R}$. Par notation "(",")" \in {"[","]"}.

Ce qui revient au même que de montrer qu'il existe $a,b \in \mathbb{R}$ tel que $]a,b[\subset I \subset [a,b].$

Démonstration

On a vu que dans \mathbb{R} , les intervalles étaient connexes. La réciproque est vraie .

Proposition - Les connexes de $\mathbb R$

Si X est un connexe de \mathbb{R} , alors X est un intervalle.

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages 2.2. Intérieur, adhéren

3. Intervalles e connexité

3.1. Connexité

3.2. Intervalle réel

. Sur-ensemble : droite

Proposition - Intervalles de \mathbb{R}

Tout intervalle de \mathbb{R} est de la forme (a,b), avec a < b et $a,b \in \overline{\mathbb{R}}$. Par notation "(",")" \in {"[","]"}.

Ce qui revient au même que de montrer qu'il existe $a,b \in \mathbb{R}$ tel que $]a,b[\subset I \subset [a,b].$

Démonstration

On a vu que dans \mathbb{R} , les intervalles étaient connexes. La réciproque est vraie .

Proposition - Les connexes de $\mathbb R$

Si X est un connexe de \mathbb{R} , alors X est un intervalle.

Démonstration

- ⇒ Voisinage et débordement
- ⇒ Connexité et intervalles

- 1. Problèmes
- 2. Halo autour de $\alpha \in \mathbb{R}$
 - 2.1. Voisinages
 - 2.2. Intérieur, adhérence
- 3. Intervalles et connexité
 - 3.1. Connexité
 - 3.2 Intervalle rée
 - 3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et

⇒ Connexité intervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérence

2.2. Interieur, adherence

nnexite

.1. Connexité

.2. Intervalle réel

Cela correspond à donner une borne supérieure : $+\infty$ à une partie non majorée de $\mathbb R$ et une borne inférieure : $-\infty$ à une partie non minorée de $\mathbb R$.

Cela permet d'écrire certaines propriétés de manière plus simple en différenciant moins de cas.

Par exemple, le théorème fondamental n'est plus : toute partie bornée de $\mathbb R$ admet une borne supérieure, mais il devient toute partie de $\overline{\mathbb R}$ admet une borne supérieure

⇒ Voisinage et débordement

→ Connexite ntervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3 Intervalles et

connexité

3.1. Connexité

Cela correspond à donner une borne supérieure : $+\infty$ à une partie non majorée de $\mathbb R$ et une borne inférieure : $-\infty$ à une partie non minorée de $\mathbb R$.

Cela permet d'écrire certaines propriétés de manière plus simple en différenciant moins de cas.

Par exemple, le théorème fondamental n'est plus : toute partie bornée de $\mathbb R$ admet une borne supérieure, mais il devient toute partie de $\overline{\mathbb R}$ admet une borne supérieure

Définition - Droite numérique achevée $\overline{\mathbb{R}}$

On définit : $\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ où $-\infty, +\infty \notin \mathbb{R}$ et on prolonge la relation d'ordre \leq sur $\overline{\mathbb{R}}$ en posant

$$\forall x \in \overline{\mathbb{R}}, x \leq +\infty \text{ et } x \geq -\infty.$$

⇒ Voisinage et

⇒ Connexitè intervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. voisinages 2.2. Intérieur, adhérenc

3. Intervalles et

connexité
3.1. Connexité

3.1. Connexité

3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

Le coût

Attention. Mais il y a un coût...

Il est difficile d'étendre les opérations + et \times à $\overline{\mathbb{R}}$ sans aboutir à des incohérences ;

pour « $0 \times +\infty$, $0 \times -\infty$ et $(+\infty) + (-\infty)$ ».

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

- ⇒ Voisinage et déhordement
- ⇒ Connexité el ntervalles
- . Problèmes
- 2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$
- 2.1. Voisinages
- 3. Intervalles et
- 1 Connevité
- 3.1. Connexité
- 3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérenc

onnexité

3.1. Connexité

3.2 Intervalle rée

3.3. Sur-ensemble : droite

Attention. Mais il y a un coût...

Il est difficile d'étendre les opérations + et \times à $\overline{\mathbb{R}}$ sans aboutir à des incohérences ;

pour « $0 \times +\infty$, $0 \times -\infty$ et $(+\infty) + (-\infty)$ ».

Ce que l'on gagne :

Proposition - Existence de la borne supérieure

Dans $\overline{\mathbb{R}}$, toute partie de \mathbb{R} admet une borne supérieure et une borne inférieure

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérent

3. Intervalles et

3.1. Connexité

3.2 Intervalle réal

3.3. Sur-ensemble : droite

Attention. Mais il y a un coût...

Il est difficile d'étendre les opérations + et \times à $\overline{\mathbb{R}}$ sans aboutir à des incohérences ;

pour « $0 \times +\infty$, $0 \times -\infty$ et $(+\infty) + (-\infty)$ ».

Ce que l'on gagne :

Proposition - Existence de la borne supérieure

Dans $\overline{\mathbb{R}}$, toute partie de \mathbb{R} admet une borne supérieure et une borne inférieure

Démonstration

Objectifs

- ⇒ Voisinage et débordement
- ⇒ Connexité et intervalles

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage e débordement

⇒ Connexité et intervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Interious, duriereno

onnexite

3.1. Connexite

Objectifs

- ⇒ Voisinage et débordement
 - ▶ Définition de voisinage d'un point de \mathbb{R} ou de $+\infty$, $-\infty$

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité intervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3 Intervalles et

3.1. Connexité

3.2. Intervalle réel

Objectifs

- ⇒ Voisinage et débordement
 - ▶ Définition de voisinage d'un point de \mathbb{R} ou de $+\infty$, $-\infty$
 - Stabilité par réunion, intersection...

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité ntervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3 Intervalles et

3.1 Connevité

3.2. Intervalle réel

Objectifs

- ⇒ Voisinage et débordement
 - ▶ Définition de voisinage d'un point de \mathbb{R} ou de $+\infty$, $-\infty$
 - Stabilité par réunion, intersection...
 - Points intérieurs, points adhérent, point isolé, point d'accumulation

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité intervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages 2.2. Intérieur, adhérend

3. Intervalles et

1 Commité

3.1. Connexité

Objectifs

- ⇒ Voisinage et débordement
 - ▶ Définition de voisinage d'un point de \mathbb{R} ou de $+\infty$, $-\infty$
 - Stabilité par réunion, intersection...
 - Points intérieurs, points adhérent, point isolé, point d'accumulation
 - Ré-interprétation de borne supérieure/inférieure ou de densité en terme de limite de suites.

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité intervalles

Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérenc

. Intervalles et

1 Connevité

3.1. Connexité 3.2 Intervalle réc

Objectifs

- ⇒ Voisinage et débordement
- ⇒ Connexité et intervalles

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage e débordement

⇒ Connexité et intervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

2.2. Interious, duriereno

onnexite

3.1. Connexite

Objectifs

- ⇒ Voisinage et débordement
- ⇒ Connexité et intervalles
 - ► Ensemble connexe : ensemble non séparable

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage e déhordement

⇒ Connexité intervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3. Intervalles et

3.1 Connevité

3.2. Intervalle rée

Objectifs

- ⇒ Voisinage et débordement
- ⇒ Connexité et intervalles
 - Ensemble connexe : ensemble non séparable
 - ▶ Dans ℝ : les intervalles!

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage e déhordement

⇒ Connexité intervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages
2.2 Intérieur adhérenc

3. Intervalles et

of Committee

3.2. Intervalle rée

Objectifs

- ⇒ Voisinage et débordement
- ⇒ Connexité et intervalles
 - Ensemble connexe : ensemble non séparable
 - ▶ Dans R : les intervalles!
 - ▶ L'ensemble $\overline{\mathbb{R}}$

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage e déhordement

⇒ Connexité intervalles

. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages

3 Intervalles et

onnexite

3.1. Connexité

s.z. Intervalle reel

3.3. Sur-ensemble : droite numérique achevée

Objectifs

- ⇒ Voisinage et débordement
- ⇒ Connexité et intervalles

Pour la prochaine fois

- Lecture du cours : chapitre 19 Topologie réelle
 - 4. Segment & 5. Complétude
- Exercices : N° 373 & 378
- TD de jeudi :

8h-10h : 374, 377, 379, 385, 387

10h-12h: 37, 376, 381, 384, 386

Leçon 38 - Questions topologiques interprétées sur ℝ

⇒ Voisinage et débordement

⇒ Connexité intervalles

1. Problèmes

2. Halo autour de $a \in \mathbb{R}$

2.1. Voisinages 2.2. Intérieur, adhéreni

3. Intervalles et

2.1 Connovitá

8.1. Connexité

3.2. Intervalle reel

numérique achevée