





⇒ Reconnaitre les groupes

1. Problèmes

2. Lois de composition internes

- 2.1. Définitions
- 2.2. Propriétés directes
- 2.3. Induction

3. Structure de groupe

- 3.1. Définition et propriétés
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

1. Problèmes

2. Lois de

2.1. Detin

2.2. Propriét

2.3. Induction

3. Structure de groupe

3.1. Def & Prop

3.2. Groupes produit

0.0 5.........

Problème Structure

1. Problèmes

Lois de composition internes

- 2.1. Dé
- z.z. Propriet
- 3 Structure
- groupe
- 3.1. Det & Prop
- 3.3 Exemples

Problèmes

Problème Structure

Problème Résolution des équations polynomiales

groupes

- 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Dellil
- 2.3. Induction
- 3. Structure de
- groupe
- 3.2. Groupes produit
- 3.3. Exemples

Problèmes

Problème Structure

Problème Résolution des équations polynomiales

Problème Groupe de Poincaré

Problèmes

i. i iobiemes

Lois de composition interne:

22 Propri

2.3. Induction

3. Structure de groupe

groupe 3.1. Def & Prop

3.2. Groupes produit

Problèmes

Problème Structure

Problème Résolution des équations polynomiales

Problème Groupe de Poincaré

Problème Mariage chez les Murgin

Problèmes

1. I TODICITICS

Lois de composition interne:

2.2. Proprie

2.3. Inductio

Structure de groupe

3.1. Def & Prop

3.2. Groupes produit

⇒ Reconnaitre les groupes

1. Problèmes

2. Lois de composition internes

- 2.1. Définitions
- 2.2. Propriétés directes
- 2.3 Induction

3. Structure de groupe

- 3.1. Définition et propriétés
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

1. Problèmes

1. I TODICITICS

2. Lois de composition interne

2.1. Définitions 2.2. Propriétés

2.3 Induction

3. Structure de aroupe

3.1. Def & Prop

3.2. Groupes produit

Loi interne (opération)

Définition - Loi de composition interne

Une loi de composition interne sur un ensemble E est une application de $E\times E$ dans $E:\Phi:E\times E\to E, (x,y)\mapsto x\star y.$ On note, pour $(x,y,z)\in E^3$,

$$(x \star y) \star z = \Phi(\Phi(x, y), z)$$
 et $x \star (y \star z) = \Phi(x, \Phi(y, z))$.

Un tel couple (E, \star) est appelé un magma.

Quand la loi interne est clairement identifiée, par abus, on peut dire que E est un magma sans précision supplémentaire.

⇒ Reconnaitro groupes

- Problèmes
- Lois de composition internes
 - 2.1. Définitions 2.2. Propriétés
 - 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
 - roupe
 - .2. Groupes produi
- 3.3. Exemples

Loi interne (opération)

Définition - Loi de composition interne

Une loi de composition interne sur un ensemble E est une application de $E\times E$ dans $E:\Phi:E\times E\to E, (x,y)\mapsto x\star y.$ On note, pour $(x,y,z)\in E^3,$

$$(x \star y) \star z = \Phi(\Phi(x, y), z)$$
 et $x \star (y \star z) = \Phi(x, \Phi(y, z))$.

Un tel couple (E,\star) est appelé un magma.

Quand la loi interne est clairement identifiée, par abus, on peut dire que E est un magma sans précision supplémentaire.

Exemple - N.

groupes

- Problèmes
- Lois de composition internes
 - 2.1. Définitions
 - 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
 - 3.1. Def & Prop
 - 3.2. Groupes produ
- 3.3. Exemples

Définition - Caractéristiques

On dit que le magma (E, \star) : \star :

- est *commutatif* si $\forall (x, y) \in E \times E, x \star y = y \star x$
- est associatif si $\forall (x, y, z) \in E \times E \times E, x \star (y \star z) = (x \star y) \star z$
- est unifère ou possède un élément *neutre* s'il existe $e \in E$ tel que $\forall x \in E$, $e \star x = x \star e = x$ (e est alors l'élément neutre.)

Pour x élément de E, on dit qu'un élément y de E est un symétrique ou un inverse de x pour \star si $x \star y = y \star x = e$, où e est élément neutre.

groupes

- . Problemes
- Lois de composition internes
- 2.1. Définitions 2.2. Propriétés
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.3. Exemples

Vocabulaire

Définition - Caractéristiques

On dit que le magma (E, \star) : \star :

- ▶ est *commutatif* si $\forall (x,y) \in E \times E, x \star y = y \star x$
- est associatif si $\forall (x, y, z) \in E \times E \times E, x \star (y \star z) = (x \star y) \star z$
- est unifère ou possède un élément *neutre* s'il existe $e \in E$ tel que $\forall x \in E$, $e \star x = x \star e = x$ (e est alors l'élément neutre.)

Pour x élément de E, on dit qu'un élément y de E est un symétrique ou un inverse de x pour \star si $x \star y = y \star x = e$, où e est élément neutre.

Definition - Monoïde

Un magma (M, \star) associatif et unifère est appelé un monoïde.

⇒ Reconnait groupes

- I. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Définitions 2.2. Propriétés
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produ
- 3.3. Exemples

Remarque Notations Plusieurs remarques ⇒ Reconnaitre les groupes

- Problèmes
- Lois de composition interne:
- 2.1. Définitions
- a.a. r ropin
- 2.3. Induction
- Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.3 Exemples

Remarque Notations

Plusieurs remarques

1. Les lois de composition interne sont usuellement notées \star , \bot , \top , +, \times , en notation multiplicative $x \star y = xy$.

- groupes
 - i. Flublellies
- 2. Lois de composition interne
- 2.1. Définitions
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
 - 3.1. Def & Prop
- 3.3. Exemples

Remarque Notations

Plusieurs remarques

- 1. Les lois de composition interne sont usuellement notées ★, \perp , \top , +, ×, en notation multiplicative $x \star y = xy$.
- 2. La notation additive est usuellement réservée à une loi commutative et associative, dans ce cas le symétrique de x (s'il existe) est noté -x.

- Problèmes
- 2. Lois de
- 2.1 Définitions

Remarque Notations

Plusieurs remarques

- 1. Les lois de composition interne sont usuellement notées \star , \bot , \top , +, \times , en notation multiplicative $x \star y = xy$.
- La notation additive est usuellement réservée à une loi commutative et associative, dans ce cas le symétrique de x (s'il existe) est noté -x.
- 3. Lorsque la loi est commutative et associative, on peut écrire : $\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + \dots + x_n \text{ (notation additive)}$ ou $\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \dots x_n \text{ (notation multiplicative)}.$

⇒ Heconnaitr groupes

- 1. Problemes
- Lois de composition interne:
 - 2.1. Définitions
 - 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
 - .1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produit
- 3.3. Exemples

Remarque Notations

Plusieurs remarques

- 1. Les lois de composition interne sont usuellement notées \star , \bot , \top , +, \times , en notation multiplicative $x \star y = xy$.
- La notation additive est usuellement réservée à une loi commutative et associative, dans ce cas le symétrique de x (s'il existe) est noté -x.
- 3. Lorsque la loi est commutative et associative, on peut écrire : $\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + \dots + x_n \text{ (notation additive)}$ ou $\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \dots x_n \text{ (notation multiplicative)}.$
- 4. Si la loi \star est associative, on peut écrire $x^{\star n} = x \star \cdots \star x$ (n termes x), en notation multiplicative on obtient ainsi x^n et en notation additive nx.

⇒ Reconnaiti groupes

Problèmes

Lois de composition interne

2.1. Définitions 2.2. Propriétés

2.3. Induction

3. Structure de groupe

.1. Def & Prop

.2. Groupes produi

Définition - Distributivité

Supposons que l'ensemble E est muni de deux lois internes \star et \top .

On dit que \star est *distributive* par rapport à la loi interne \top si : $\forall (x, y, z) \in K^3$

- $x \star (y \top z) = (x \star y) \top (x \star z)$ (distributive à gauche)
- $(x \top y) \star z = (x \star z) \top (y \star z)$ (distributive à droite)

groupes

1. Problèmes

- 1. I Toblemes
- Lois de composition internes
 - 2.1. Définitions 2.2. Propriétés
 - 2.3. Induction
 - 3. Structure de
 - 3.1. Def & Prop
 - 3.2. Groupes produ
 - 3.3. Exemples

⇒ Reconnaitre les groupes

1. Problèmes

2. Lois de composition internes

- 2.1. Définitions
- 2.2. Propriétés directes
- 2.3. Induction

3. Structure de groupe

- 3.1. Définition et propriétés
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples



- . Problemes
- Lois de composition interne:
- 2.2 Propriétés
- 0.0 1-4----
- 3. Structure de
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produ
- 3.3 Exemples

Premières propriétés

Proposition - Unicités (éléments neutres, symétrique)...si existence

Soit (F, T) un magma.

Si F est unifère, l'élément neutre pour \top est unique.

Soit (E, \star) un monoïde.

Si $x \in E$ admet un symétrique alors celui-ci est unique;

Si $x, y \in E$ admettent des symétriques x^{-1} et y^{-1} alors $x \star y$ admet un symétrique : $y^{-1} \star x^{-1}$.

Si x est symétrique alors x est régulier (à gauche et à droite) :

 $\forall y, z \in E, x \star y = x \star z \Rightarrow y = z \text{ et } y \star x = z \star x \Rightarrow y = z.$

⇒ Reconnaitr groupes

Problèmes

2. Lois de composition internes

2.2. Propriétés

2.3. Induction

3. Structure de groupe

3.1. Def & Prop

.2. Groupes produits

Premières propriétés

Proposition - Unicités (éléments neutres, symétrique)...si existence

Soit (F, T) un magma.

Si F est unifère, l'élément neutre pour \top est unique.

Soit (E, \star) un monoïde.

Si $x \in E$ admet un symétrique alors celui-ci est unique;

Si $x, y \in E$ admettent des symétriques x^{-1} et y^{-1} alors $x \star y$ admet un symétrique : $y^{-1} \star x^{-1}$.

Si x est symétrique alors x est régulier (à gauche et à droite) :

 $\forall y, z \in E, x \star y = x \star z \Rightarrow y = z \text{ et } y \star x = z \star x \Rightarrow y = z.$

Démonstration

⇒ Reconnaitro groupes

- Problèmes
- 2. Lois de composition internes
- 2.1. Delinitions
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

⇒ Reconnaitre les groupes

1. Problèmes

2. Lois de composition internes

- 2.1. Définitions
- 2.2. Propriétés directes
- 2.3. Induction

3. Structure de groupe

- 3.1. Définition et propriétés
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

g.00pc5

- i. Problemes
- 2. Lois de composition internes

2.2. Propriétés

2.3. Induction

3. Structure de groupe

3.1. Def & Prop

3.2. Groupes produit

Lormanie

Définition - Loi induite

Soit $A \subset E$, avec (E, \top) magma.

A est stable par \top (loi de composition interne sur E) si $\forall x, y \in A, x \top y \in A$.

 $\top_A = \top_{|A \times A}$ s'appelle la loi induite (par \top sur A).

groupes

1. I Toblemes

Lois de composition interne

2.2. Propriét

2.3. Induction

3. Structure de groupe

groupe

3.2. Groupes produits

Loi induite

Définition - Loi induite

Soit $A \subset E$, avec (E, \top) magma.

A est stable par \top (loi de composition interne sur E) si $\forall x, y \in A, x \top y \in A$.

 $\top_A = \top_{|A \times A}$ s'appelle la loi induite (par \top sur A).

Remarque Transmission des propriétés

⇒ Reconnaitre le groupes

- Problemes
- Lois de composition internes
- 2.1. Delililik
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

⇒ Reconnaitre les groupes

1. Problèmes

2. Lois de composition internes

- 2.1. Définitions
- 2.2. Propriétés directes
- 2.3. Induction

3. Structure de groupe

- 3.1. Définition et propriétés
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

gioupes

I. Problemes

Lois de composition interne

2.2. Propriété

2.3. Induction

3. Structure de groupe

3.1. Def & Prop

.2. Groupes produits

3 Exemples

Définition et régularité

Définition - Groupe

On appelle groupe un ensemble G muni d'une loi de composition interne \top vérifiant :

- ▶ la loi ⊤ est associative;
- ightharpoonup G possède un élément neutre pour \top ;
- b tout élément x de G possède un symétrique pour \top (ou tout élément de G est inversible, est symétrisable).

Si de plus la loi \top est commutative, on dit que le groupe est abélien (ou commutatif).

groupes

- 1. Problèmes
- Lois de composition interne
- 2.1. Definiti
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produi
- 3.3. Exemples

Définition et régularité

Définition - Groupe

On appelle groupe un ensemble G muni d'une loi de composition interne \top vérifiant :

- ▶ la loi ⊤ est associative;
- ightharpoonup G possède un élément neutre pour \top ;
- b tout élément x de G possède un symétrique pour \top (ou tout élément de G est inversible, est symétrisable).

Si de plus la loi \top est commutative, on dit que le groupe est abélien (ou commutatif).

Exemple Groupes des racines de l'unité

groupes

1. Problèmes

Lois de composition interne

2.2. Propriété

2.3. Induction

3. Structure de groupe

3.1. Def & Prop



Définition et régularité

Définition - Groupe

On appelle groupe un ensemble G muni d'une loi de composition interne \top vérifiant :

- ▶ la loi ⊤ est associative;
- ightharpoonup G possède un élément neutre pour \top ;
- b tout élément x de G possède un symétrique pour \top (ou tout élément de G est inversible, est symétrisable).

Si de plus la loi \top est commutative, on dit que le groupe est abélien (ou commutatif).

Exemple Groupes des racines de l'unité **Remarque** Sous-groupe

groupes

1. Problèmes

Lois de composition interne

2.2. Propriété

2.3. Induction

3. Structure de groupe

3.1. Def & Prop

Régularité

Proposition - Régularité

Dans un groupe tous les éléments sont réguliers à gauche et à droite

⇒ Reconnaitre les groupes

- 1. Problèmes
- Lois de composition interne:
- 2.2. Proprié
- 2.3. Inductio
 - 3. Structure de groupe
 - groupe 3.1. Def & Prop
 - 3.2. Groupes produits
 - 3.3 Exemples

Régularité

Proposition - Régularité

Dans un groupe tous les éléments sont réguliers à gauche et à droite

Démonstration

groupes

- 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.2. Proprié
- 2.3. Inductio
 - 3. Structure de groupe
 - 3.1. Def & Prop
 - 3.2. Groupes produits
 - 3.3 Exemples

Propriétés immédiates

Comme les groupes sont des magmas infères, où tous les éléments sont inversibles. Nécessairement :

⇒ Reconnaitre les groupes

- 1. Problèmes
- 2. Lois de composition internes
- 2.2. Proprié
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Der & Prop
- 3.3. Exemples

Propriétés immédiates

Comme les groupes sont des magmas infères, où tous les éléments sont inversibles. Nécessairement :

Théorème - Existence et unicité

Soit (G, \top) un groupe. Alors :

- L'élément neutre est unique.
- ► Tout élément possède un unique symétrique.
- En notant x^{-1} le symétrique (l'inverse) de x, on a $(x^{-1})^{-1} = x$.
- $(x \top y)^{-1} = y^{-1} \top x^{-1}$.

groupes

- Problèmes
- Lois de composition interne
- 2.1. Definiti
- 2.3 Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produit
- 3.3. Exemples

⇒ Reconnaitre les groupes

1. Problèmes

2. Lois de composition internes

- 2.1. Définitions
- 2.2. Propriétés directes
- 2.3. Induction

3. Structure de groupe

- 3.1. Définition et propriétés
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples



- I. Problémes
- Lois de composition interne

2.2 Propriét

2.3 Induction

3. Structure de groupe

3.1. Def & Prop

3.2. Groupes produits

3 Exemples

Soient (G, \bot) et (H, \top) deux groupes.

On appelle groupe produit (de ces deux groupes), le groupe $(G \times H, \star)$ tel que :

$$\forall (x_1, y_1)(x_2, y_2) \in G \times H \quad (x_1, y_1) \star (x_2, y_2) = (x_1 \perp x_2, y_1 \top y_2)$$

Problèmes

2. Lois de

3.2. Groupes produits

Soient (G, \perp) et (H, \top) deux groupes.

On appelle groupe produit (de ces deux groupes), le groupe $(G \times H, \star)$ tel que :

$$\forall (x_1, y_1)(x_2, y_2) \in G \times H \quad (x_1, y_1) \star (x_2, y_2) = (x_1 \perp x_2, y_1 \top y_2)$$

Il s'agit bien d'un groupe

Problèmes

. . .

2. Lois de composition internes

2.2. Propriétés

2.3. Induction

 Structure de groupe

oupe

3.2. Groupes produits

Soient (G, \bot) et (H, \top) deux groupes.

On appelle groupe produit (de ces deux groupes), le groupe $(G \times H, \star)$ tel que :

$$\forall \ (x_1,y_1)(x_2,y_2) \in G \times H \qquad (x_1,y_1) \star (x_2,y_2) = (x_1 \bot x_2,y_1 \top y_2)$$

Il s'agit bien d'un groupe

Démonstration

Problèmes

2. Lois de

3.2. Groupes produits

Soient (G, \bot) et (H, \top) deux groupes.

On appelle groupe produit (de ces deux groupes), le groupe $(G \times H, \star)$ tel que :

$$\forall (x_1, y_1)(x_2, y_2) \in G \times H \qquad (x_1, y_1) \star (x_2, y_2) = (x_1 \bot x_2, y_1 \top y_2)$$

Il s'agit bien d'un groupe

Démonstration

Remarque - Souvent G = H.

Problèmes

2. Lois de

3.2. Groupes produits

⇒ Reconnaitre les groupes

1. Problèmes

2. Lois de composition internes

- 2.1. Définitions
- 2.2. Propriétés directes
- 2.3. Induction

3. Structure de groupe

- 3.1. Définition et propriétés
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

4.5.40

- . Problémes
- Lois de composition interne
- 2.2. Propriété
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produit
- 3.3. Exemples

Exemple Avec l'addition

- Problèmes
- Lois de composition interne
- 2.1. De
- 2.3 Induction
- 3. Structure de
 - 3.1 Def & Pron
- 3.2 Groupes produits
- 3.3. Exemples

Groupes triviaux

Exemple Avec l'addition

Exemple Avec la multiplication

- 1. Problèmes
- 2. Lois de

- 3.3. Exemples

Ensemble $\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$

Définition - Ensemble des classes d'équivalence modulo n

Soit $n \in \mathbb{N}$, fixé.

La relation \equiv_n ou encore $\cdot \equiv \cdot [n]$ est une relation d'équivalence $\operatorname{sur} \mathbb{Z}$.

L'ensemble des classes d'équivalence associées est noté $\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$.

Un système de représentant est [0, n-1] puisque

Un système de representant est
$$[0, n-1]$$
 puisqu $\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}} = \{\overline{0}, \overline{1}, \cdots, \overline{n-1}\}$ où pour tout $k \in [0, n-1]$,

$$\overline{k} = \{k, k+n, k+2n, \dots, k-n, k-2n, \dots\} = \{k+rn, r \in \mathbb{Z}\}\$$

$$\overline{h} + \overline{k} = \overline{h} + \overline{k}$$
 $\overline{h} \times \overline{k} = \overline{h} \times \overline{k}$

Structure de

3.3. Exemples

Ensemble $\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$

Définition - Ensemble des classes d'équivalence modulo n

Soit $n \in \mathbb{N}$, fixé.

La relation \equiv_n ou encore $\cdot \equiv \cdot [n]$ est une relation d'équivalence $\operatorname{sur} \mathbb{Z}$.

L'ensemble des classes d'équivalence associées est noté $\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$.

Un système de représentant est [0, n-1] puisque

$$\frac{\mathbb{Z}}{\underline{n}\mathbb{Z}} = \{\overline{0}, \overline{1}, \cdots, \overline{n-1}\}$$
 où pour tout $k \in [0, n-1]],$

$$k = \{k, k+n, k+2n, \dots, k-n, k-2n, \dots\} = \{k+rn, r \in \mathbb{Z}\}$$

 $\overline{k} = \{k, k+n, k+2n, \dots, k-n, k-2n, \dots\} = \{k+rn, r \in \mathbb{Z}\}.$ On peut alors définir sur $\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$ les lois $\overline{+}$ et $\overline{\times}$ par :

$$\overline{h} + \overline{k} = \overline{h + k}$$
 $\overline{h} \times \overline{k} = \overline{h \times k}$

Remarque Le plus dur dans ce qui précède

Structure de

3.3. Exemples

Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}, \overline{+}\right)$$

Proposition - Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}, \overline{+}\right)$$

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, $\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}, \overline{+}\right)$ est un groupe commutatif.

Son élément neutre est $\overline{0}$ et l'opposé de \overline{k} est $\overline{n-k}$.

- groupes
 - 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.2 Propriét
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 31 Date Bross
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}, \overline{+}\right)$$

Proposition - Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}, \overline{+}\right)$$

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, $\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}, \overline{+}\right)$ est un groupe commutatif.

Son élément neutre est $\overline{0}$ et l'opposé de \overline{k} est $\overline{n-k}$.

Démonstration

- 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 0.0 D-----
- 2.3. Induction
 - 3. Structure de groupe
 - 31 Date Bron
 - 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}, \overline{\times}\right)$$
?

- 1. Problèmes
- 2. Lois de composition internes
- 2.1. Défi
- 2.3 Inductio
- 3. Structure de
- 3.1. Def & Prop
- 2 Evernoles

Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}, \overline{\times}\right)$$
?

Proposition - Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{p\mathbb{Z}}^*, \overline{\times}\right)$$
, avec p premier

Pour tout nombre premier $p, \left(\frac{\mathbb{Z}}{p\mathbb{Z}}^*, \overline{\times}\right)$ est un groupe commutatif.

Son élément neutre est $\overline{1}$ et l'opposé de \overline{k} est obtenu en exploitant le théorème de Bézout (ou autre).

- Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Definitio
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produits
 3.3. Exemples

Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}, \overline{\times}\right)$$
?

Proposition - Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{p\mathbb{Z}}^*, \overline{\times}\right)$$
, avec p premier

Pour tout nombre premier $p, \left(\frac{\mathbb{Z}}{p\mathbb{Z}}^*, \overline{\times}\right)$ est un groupe commutatif.

Son élément neutre est $\overline{1}$ et l'opposé de \overline{k} est obtenu en exploitant le théorème de Bézout (ou autre).

Exercice

A démontrer

groupes

1. Problèmes

Lois de composition internes

2.2. Propriéte

2.3. Induction

3. Structure de groupe

.1. Def & Prop

3.3. Exemples

Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}, \overline{\times}\right)$$
?

Proposition - Groupe
$$\left(\frac{\mathbb{Z}}{p\mathbb{Z}}^*, \overline{\times}\right)$$
, avec p premier

Pour tout nombre premier $p, \left(\frac{\mathbb{Z}}{p\mathbb{Z}}^*, \overline{\times}\right)$ est un groupe commutatif.

Son élément neutre est $\overline{1}$ et l'opposé de \overline{k} est obtenu en exploitant le théorème de Bézout (ou autre).

Exercice

A démontrer

Remarque Autre point de vue.

groupes

Problèmes

Lois de composition internes

2.1. Definiti

2.3. Induction

3. Structure de

.1. Def & Prop

3.2. Groupes produit
3.3. Exemples

« Petits »groupes

Analyse Groupe à deux éléments

⇒ Reconnaitre les groupes

- Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Defin
- z.z. Froprie
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.3. Exemples

« Petits »groupes

Analyse Groupe à deux éléments

Exercice

Construire un groupe de 3 éléments

⇒ Reconnaitre les groupes

- 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.2 Proprié
- z.z. Propriet
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produit
- 3.3. Exemples

 $(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}),+)$ est un groupe?

- Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Défi
- 2.2. Proprie
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
 - .1. Def & Prop
- 3.3. Exemples

Groupes matriciels

 $(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}),+)$ est un groupe? $(\mathcal{M}_{n}(\mathbb{K}),\times)$ est un groupe?

⇒ Reconnaitre les groupes

- 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Detin
- 2.3 Inducti
- 3 Structure o
- groupe
- 8.1. Det & Prop
- 3.3. Exemples

Groupes matriciels

```
(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}),+) est un groupe?

(\mathcal{M}_{n}(\mathbb{K}),\times) est un groupe?

(GL_{n}(\mathbb{K}),\times)? oui!
```

⇒ Reconnaitre les groupes

- 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Defin
- a.a. r ropiie
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
 - .1. Def & Prop
- 3.3. Exemples

Groupes matriciels

```
(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}),+) est un groupe?
(\mathcal{M}_n(\mathbb{K}), \times) est un groupe?
     (GL_n(\mathbb{K}), \times)? oui!
Autre exemple (\mathcal{O}_n(\mathbb{K}), \times)? où M \in \mathcal{O}_n(\mathbb{K}) ssi M^T \times M = I_n
```

Problèmes

2. Lois de

Groupes des permutations

Un groupe très important, on reviendra sur cette notion plus tard...

Proposition - Groupe des permutations d'un ensemble

Soit X un ensemble non vide. On note S_X l'ensemble des permutations de X (c'est-à-dire des bijections de X dans X). Alors (S_X, \circ) est un groupe, généralement non commutatif, appelé groupe des permutations de X.

- Problèmes
- Lois de composition interne
- 2.1. Defini
- 2.3. Inductio
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produits
 3.3. Exemples

Groupes des permutations

Un groupe très important, on reviendra sur cette notion plus tard...

Proposition - Groupe des permutations d'un ensemble

Soit X un ensemble non vide. On note S_X l'ensemble des permutations de X (c'est-à-dire des bijections de X dans X). Alors (S_X, \circ) est un groupe, généralement non commutatif, appelé groupe des permutations de X.

Remarque Permutation

Qu'est-ce qu'une permutation de X?

- 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Défini
- 2.3. Induction
- 3. Structure de
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

Groupes des permutations

Un groupe très important, on reviendra sur cette notion plus tard...

Proposition - Groupe des permutations d'un ensemble

Soit X un ensemble non vide. On note S_X l'ensemble des permutations de X (c'est-à-dire des bijections de X dans X). Alors (S_X, \circ) est un groupe, généralement non commutatif, appelé groupe des permutations de X.

Remarque Permutation Qu'est-ce qu'une permutation de X?

Démonstration

- 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Defini
- 2.3. Induction
- 3. Structure de
- groupe
- 3.1. Dei & Frop 3.2. Groupes produit
- 3.3. Exemples

Groupes et géométrie

vecteur $-\overrightarrow{u}$.

Proposition - Groupes des similitudes directes du plan ${\mathbb C}$

L'ensemble des similitudes directes est un groupe pour la loi o. L'élément neutre est l'identité.

L'inverse de la similitude de centre Ω , d'angle θ et de rapport k est la similitude de centre Ω , d'angle $-\theta$ et de rapport $\frac{1}{k}$. L'inverse de la translation de vecteur \overrightarrow{u} est la translation de

- 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Defini
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

Groupes et géométrie

Proposition - Groupes des similitudes directes du plan ${\mathbb C}$

L'ensemble des similitudes directes est un groupe pour la loi o. L'élément neutre est l'identité.

L'inverse de la similitude de centre Ω , d'angle θ et de rapport k est la similitude de centre Ω , d'angle $-\theta$ et de rapport $\frac{1}{k}$. L'inverse de la translation de vecteur \overrightarrow{u} est la translation de vecteur $-\overrightarrow{u}$.

Démonstration

- 1. Problèmes
- Lois de composition internes
- 2.1. Défin
- 2.3 Induction
- 3. Structure de aroupe
- roupe
- .2. Groupes produits
- 3.3. Exemples

- I. Problemes
- Lois de composition internes
- 2.1. Det
- z.z. Froprie
- 2.3. Induction
- 3. Structure de groupe
- 3.1. Def & Prop
- .2. Groupes produits
- .3. Exemples

Objectifs

 \Rightarrow Reconnaître les groupes

Objectifs

- ⇒ Reconnaître les groupes
 - Définition avec une certaine stabilité opératoire et passage à l'inverse

⇒ Reconnaitre les groupes

- 1. Problèmes
- Lois de composition interne
- 2.2 Propriété
- 2.2. Propriete
- 2.5. Induction
- groupe
- 3.1. Def & Prop
- 3.2. Groupes produit
- 3.3. Exemples

Objectifs

- ⇒ Reconnaître les groupes
 - Définition avec une certaine stabilité opératoire et passage à l'inverse
 - De très nombreux exemples.

- 1. Problèmes
- Lois de composition interne
 - 2.2. Propriétés
 - 2.3. Induction
 - 3. Structure de
 - groupe
 - 3.2 Groupes produi
 - 3.3. Exemples

Objectifs

- ⇒ Reconnaître les groupes
 - Définition avec une certaine stabilité opératoire et passage à l'inverse
 - De très nombreux exemples.

- 1. Problèmes
- Lois de composition interne
 - 2.2. Propriétés
 - 2.3. Induction
 - 3. Structure de
 - groupe
 - 3.2 Groupes produi
 - 3.3. Exemples

Objectifs

- ⇒ Reconnaître les groupes
 - Définition avec une certaine stabilité opératoire et passage à l'inverse
 - De très nombreux exemples.

- 1. Problèmes
- Lois de composition interne
- 2.2. Propriété
- 2.3. Induction
- 3. Structure de
- groupe
- 3.2. Groupes produit
- 3.3. Exemples

Objectifs

- ⇒ Reconnaître les groupes
 - Définition avec une certaine stabilité opératoire et passage à l'inverse
 - De très nombreux exemples.

Pour la prochaine fois

- Lecture du cours : chapitre 13 Groupes
- Exercices N°267 & 270

- I. Problemes
- Lois de composition interne
 - 2.2 Propriét
 - 2.3. Induction
 - 3. Structure de groupe
 - 3.1. Def & Prop
 - 3.2. Groupes produi
 - 3.3. Exemples