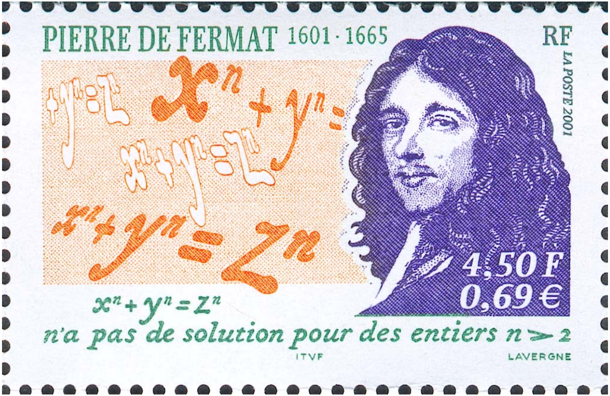

Leçon 48 - Calcul matriciel

7 janvier 2025

$\Rightarrow$ L'ensemble des matrices, vu comme un espace vectoriel

$\Rightarrow$ Produit de deux matrices bien calilbrées

Problèmes

Problème Pourquoi des matrices ?

Problèmes

Problème Pourquoi des matrices ?

Problème Pourquoi un tel produit ?

Comment justifier :

$$[AB]_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} [A]_{i,k}[B]k, j$$

Problèmes

Problème Pourquoi des matrices ?

Problème Pourquoi un tel produit ?
Comment justifier :

$$[AB]_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} [A]_{i,k}[B]k, j$$

Problème Racines carrées
Quelle matrice A telle que

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Problèmes

Problème Anneau non commutatif des matrices

Problèmes

Problème Anneau non commutatif des matrices

Problème Matrices inversibles

$\Rightarrow$ L'ensemble des matrices, vu comme un espace vectoriel

$\Rightarrow$ Produit de deux matrices bien calilbrées

Définition

Dans tout le chapitre, m, n, p, q sont des entiers naturels non nuls et $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ (on pourrait plus généralement considérer que $\mathbb{K}$ est un corps (commutatif)).

Définition

Définition - Matrices

Une matrice à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$ est une famille $(a_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}}$ d'éléments de $\mathbb{K}$ indexée par $[\![1,n]\!]\times[\![1,p]\!]$ (ou matrice de type (n,p) ou de matrice $n\times p$).
On note $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ l'ensemble des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$. Si $A\in\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$,

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{np}\end{pmatrix}=(a_{ij})_{1\leqslant i\leqslant n;1\leqslant j\leqslant p}=(a_{i,j})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}}$$

a_{ij} est le coefficient de la i-ième ligne, j-ième colonne.
Deux matrices A et B sont donc égales si elles ont même nombre de lignes, même nombre de colonnes et mêmes coefficients.
Si $n=p$ on note $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ l'ensemble des matrices carrées d'ordre n.

Exemple

Exemple Premier exemple

$$(i-j)_{\substack{1\leqslant i\leqslant 2\\ 1\leqslant j\leqslant 3}} =$$

Cas particuliers

Quelques cas particuliers

Quelques matrices « de référence » sont à connaître :

- La matrice nulle de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ est la matrice qui ne contient que des coefficients nuls :

$$(0)_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}} = (0) = O_{n,p}$$

- si $n = 1$, on dit que $A = \begin{pmatrix} a_1 & \dots & a_p \end{pmatrix}$ est une matrice ligne.
- si $p = 1$, $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ est appelée matrice colonne.

Cas particuliers

Quelques cas particuliers

Quelques matrices joueront un rôle particulier :

- La matrice identité de $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ est la matrice I_n qui possède des 1 sur la diagonale et des 0 en dehors de la diagonale :

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = (a_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n \\ 1\leqslant j\leqslant n}} = (a_{ij})_{1\leqslant i,j\leqslant n}$$

où $a_{ij} = 0$ si $i \neq j$ et $a_{ii} = 1$ pour $i = 1$ à n.

Cas particuliers

Quelques cas particuliers

Quelques matrices joueront un rôle particulier :

- La matrice identité de $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ est la matrice I_n qui possède des 1 sur la diagonale et des 0 en dehors de la diagonale :
- une matrice diagonale est une matrice carrée dont seuls les éléments diagonaux sont non nuls :

$$\mathrm{diag}(a_{11},\ldots,a_{nn}) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (i \neq j \Rightarrow a_{ij} = 0)$$

Ainsi $I_n = \mathrm{diag}(\underbrace{1,1,\ldots 1}_{n})$.

Cas particuliers

Quelques cas particuliers

Parmi les matrices carrées d'ordre n, quelques matrices joueront un rôle particulier :

- une matrice scalaire est une matrice diagonale dont tous les éléments sont identiques :

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{pmatrix} \quad (i \neq j \Rightarrow a_{ij} = 0 \text{ et } a_{ii} = a_{jj} = \lambda)$$

Cas particuliers

Quelques cas particuliers

Parmi les matrices carrées d'ordre n, quelques matrices joueront un rôle particulier :

- une matrice scalaire est une matrice diagonale dont tous les éléments sont identiques :
- une matrice triangulaire supérieure est une matrice carrée dont les éléments au-dessous de la diagonale sont nuls :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (i > j \Rightarrow a_{ij} = 0);$$

Cas particuliers

Quelques cas particuliers

Parmi les matrices carrées d'ordre n, quelques matrices joueront un rôle particulier :

- une matrice scalaire est une matrice diagonale dont tous les éléments sont identiques :
- une matrice triangulaire supérieure est une matrice carrée dont les éléments au-dessous de la diagonale sont nuls :
- une matrice triangulaire inférieure est une matrice carrée dont les éléments au-dessus de la diagonale sont nuls.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (i < j \Rightarrow a_{ij} = 0);$$

⇒ L'ensemble des matrices, vu comme un espace vectoriel

⇒ Produit de deux matrices bien calilbrées

Addition

Définition - Addition de deux matrices de même taille

La somme de deux matrices $A = (a_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}}$ et $B = (b_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}}$ de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ est la matrice définie par la formule suivante :

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}},$$

on ajoute les coefficients qui ont la même position.
Il s'agit d'une loi interne sur $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Addition

Définition - Addition de deux matrices de même taille

La somme de deux matrices $A = (a_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}}$ et $B = (b_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}}$ de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ est la matrice définie par la formule suivante :

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}},$$

on ajoute les coefficients qui ont la même position.
Il s'agit d'une loi interne sur $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Application Exemple

Addition

Analyse Groupe $(\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K}), +)$

Addition

Analyse Groupe $(\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K}), +)$

Le théorème suivant en découle :

Théorème - Le groupe $(\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K}), +)$

L'ensemble $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ muni de l'addition $+$ est donc un groupe commutatif, d'élément neutre la matrice nulle de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Multiplication par un scalaire

Définition - Multiplication par un scalaire

Le produit d'une matrice A de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ par $\alpha \in \mathbb{K}$ est la matrice notée αA définie par :

$$\alpha(a_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}} = (\alpha a_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}}.$$

On définit ainsi une loi externe sur $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ à domaine d'opérateur $\mathbb{K}$

Multiplication par un scalaire

Et on vérifie facilement les propriétés suivantes :

Proposition - Propriétés de la multiplication scalaire

$$\bullet 1A = A$$
$$\bullet \alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$$
$$\bullet (\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A,$$
$$\bullet \alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B.$$

Espace vectoriel de dimension finie

Analyse Pour définir explicitement, sans quiproquo, une matrice, il faut...

Espace vectoriel de dimension finie

Analyse Pour définir explicitement, sans quiproquo, une matrice, il faut...

Théorème - L'espace vectoriel $(\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K}),+,.)$

$(\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K}),+,.)$ est un $\mathbb{K}$-e.v de dimension np.
La base canonique est formée par les $n\times p$ matrices $E_{k\ell}$ $(1\leqslant k\leqslant n; 1\leqslant \ell\leqslant p)$ où $E_{k\ell}$ est la matrice ne contenant que des 0 sauf l'élément d'indices k,ℓ qui vaut 1, soit

$$E_{k\ell}=(\delta_{ki}\delta_{j\ell})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}}$$

On a donc $\dim_{\mathbb{K}}\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})=n\times p$.

Espace vectoriel de dimension finie

Savoir-faire. Notation

Par la suite, on notera ${}^{i}[A]_j$ ou $\mathrm{Coef}_{i,j}(A)$, le coefficient en ligne i et colonne j de la matrice A.
On a donc

$${}^{i}[\lambda A+\mu B]_j = \lambda\,{}^{i}[A]_j + \mu\,{}^{i}[B]_j$$

$$\mathrm{Coef}_{i,j}(\lambda A+\mu B) = \lambda \mathrm{Coef}_{i,j}(A) + \mu \mathrm{Coef}_{i,j}(B)$$

$$\forall\ i,j, \quad {}^{i}[\cdot]_j \text{ ou } \mathrm{Coef}_{i,j} \text{ est une application linéaire de } \mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$$

On notera également $L_i(A)$ (respectivement $C_j(A)$), la ligne i (respectivement colonne j) de la matrice A.
On notera que ${}^{i}[AB]_j = L_i(A) \times C_j(B)$, *quand on verra le produit matriciel*. C'est un nombre.

⇒ L'ensemble des matrices, vu comme un espace vectoriel

⇒ Produit de deux matrices bien calilbrées

Définition

Définition - Matrice transposée

Soit $A = (a_{ij})_{1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant p} \in \mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$,
on définit la **transposée** de A, notée ${}^tA$ ou A^T par

$$\forall\ i \leqslant p, j \leqslant n : \qquad {}^i[A^T]_j = ({}^i[{}^tA]_j =)^j[A]_i$$

On a $A^T \in \mathscr{M}_{p,n}(\mathbb{K})$.

La transposée d'une matrice s'obtient en “échangeant” lignes et colonnes

Exemple et propritété

Exemple Matrice 3×4

Exemple et propritété

Exemple Matrice 3×4

Théorème - Isomorphisme

Sous réserve que la taille des matrices permette d'effectuer les différentes opérations, on a :

$$(A+B)^T = A^T + B^T; \quad (\lambda \cdot A)^T = \lambda \cdot A^T; \quad \left(A^T\right)^T = A$$

La transposition est donc un isomorphisme (=application linéaire bijective) entre les espaces vectoriels $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $\mathscr{M}_{p,n}(\mathbb{K})$.

Exemple et propritété

Exemple Matrice 3×4

Théorème - Isomorphisme

Sous réserve que la taille des matrices permette d'effectuer les différentes opérations, on a :

$$(A+B)^T = A^T + B^T; \quad (\lambda \cdot A)^T = \lambda \cdot A^T; \quad (A^T)^T = A$$

La transposition est donc un isomorphisme (=application linéaire bijective) entre les espaces vectoriels $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $\mathscr{M}_{p,n}(\mathbb{K})$.

Exercice

Faire la démonstration

⇒ L'ensemble des matrices, vu comme un espace vectoriel

⇒ Produit de deux matrices bien calilbrées

Définition

Définition - Produit de deux matrices

Le produit d'une matrice $A = (a_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant p}}$ de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ par une matrice $B = (b_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant p\\ 1\leqslant j\leqslant q}}$ de $\mathscr{M}_{p,q}(\mathbb{K})$ est une matrice de $\mathscr{M}_{n,q}(\mathbb{K})$ définie par

$$C = AB = (c_{ij})_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\ 1\leqslant j\leqslant q}}$$

où

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{ip}b_{pj} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik}b_{kj}.$$

Savoir-faire : LA formule

Savoir-faire. Notation

On note $\mathrm{Coef}_{i,j}(A)$ ou ${}^{i}[A]_{j}$, le coefficient en ligne i et colonne j de la matrice A. On a donc

$$\mathrm{Coef}_{i,j}(AB) = \sum_{k=1}^{p} \mathrm{Coef}_{i,k}(A) \times \mathrm{Coef}_{k,j}(B)$$

$${}^{i}[AB]_{j} = \sum_{k=1}^{p} {}^{i}[A]_{k} {}^{k}[B]_{j}$$

comme si $\sum_k \dots]_k^k[\dots = \emptyset$.

Il faut savoir passer d'un sens vers un autre.

Savoir-faire : LA formule

Savoir-faire. Notation

On note $\mathrm{Coef}_{i,j}(A)$ ou ${}^{i}[A]_j$, le coefficient en ligne i et colonne j de la matrice A. On a donc

$$\mathrm{Coef}_{i,j}(AB) = \sum_{k=1}^{p} \mathrm{Coef}_{i,k}(A) \times \mathrm{Coef}_{k,j}(B)$$

$${}^{i}[AB]_j = \sum_{k=1}^{p} {}^{i}[A]_k {}^{k}[B]_j$$

comme si $\sum_k \dots]_k^k[\cdots = \emptyset$.

Il faut savoir passer d'un sens vers un autre.

Attention. Taille des matrices

On ne peut pas multiplier une matrice de $\mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{K})$ avec une matrice de $\mathcal{M}_{5,6}(\mathbb{K})$! Il faut que le nombre de colonnes de la première matrice soit égal au nombre de lignes de la seconde.

Savoir-faire : présentation des calculs

Présentation des calculs

Une méthode pratique de présentation des calculs :

$$
\begin{pmatrix}
\cdots & \cdots & b_{1j} & \cdots \\
\cdots & \cdots & b_{2j} & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\cdots & \cdots & b_{pj} & \cdots
\end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix}
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ip} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\cdots & \cdots & c_{ij} & \cdots \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{pmatrix}
$$

Applications

Application Produit de deux matrices

Applications

Application Produit de deux matrices

Exemple Petits calculs

Soient $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 \\ -1 & 5 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Calculer, si cela est possible, AB, BA, A^2, B^2.

Applications

Application Produit de deux matrices

Exemple Petits calculs

Soient $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 \\ -1 & 5 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Calculer, si cela est possible, AB, BA, A^2, B^2.

Exercice

Simplifier le produit

$$\sum_{h=1}^{n} \sum_{\ell=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{\ell,j} b_{i,h} c_{h,\ell} d_{j,m}$$

⇒ L'ensemble des matrices, vu comme un espace vectoriel

⇒ Produit de deux matrices bien calilbrées

Applications

Analyse Multiplication par une matrice colonne

Système et calcul matriciel

Proposition - $(S) \Leftrightarrow AX = B$

L'équation $AX = B$ pour des matrices est une manière compacte d'écrire un système linéaire général avec n équations, p inconnues et un second membre $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$

$$(S)\left\{\begin{array}{llll} a_{11}x_1 & +\dots & +a_{1p}x_p & = b_1 \\ a_{21}x_1 & +\dots & +a_{2p}x_p & = b_2 \\ \vdots & + & +\vdots & = \vdots \\ a_{n1}x_1 & +\dots & +a_{np}x_p & = b_n. \end{array}\right.$$

Nous reviendrons sur ce parallèle lorsque nous prendrons le temps de résoudre des systèmes linéaires.

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

$\Rightarrow$ Produit de deux matrices bien calibrées

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

- $(\mathscr{M}_{p,q}(\mathbb{K}), +, \cdot)$ est un espace vectoriel

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

- $(\mathscr{M}_{p,q}(\mathbb{K}), +, \cdot)$ est un espace vectoriel
- Il est de dimension $p \times q$.

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

- $(\mathscr{M}_{p,q}(\mathbb{K}), +, \cdot)$ est un espace vectoriel
- Il est de dimension $p \times q$.
- Une base (la base canonique) est $(E_{i,j})_{i,j}$ avec $\mathrm{Coef}_{k,\ell}(E_{i,j}) = \delta_{i,k}\delta_{j,\ell}$

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

- $(\mathscr{M}_{p,q}(\mathbb{K}),+,\cdot)$ est un espace vectoriel
- Il est de dimension $p \times q$.
- Une base (la base canonique) est $(E_{i,j})_{i,j}$ avec $\text{Coef}_{k,\ell}(E_{i,j}) = \delta_{i,k}\delta_{j,\ell}$
- Définitions de matrice : matrice colonne, matrice ligne, matrice identité, matrice diagonale, matrice scalaire, matrice triangulaire supérieure, matrice triangulaire inférieure

Conclusion

Objectifs

⇒ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

- $(\mathscr{M}_{p,q}(\mathbb{K}), +, \cdot)$ est un espace vectoriel
- Il est de dimension $p \times q$.
- Une base (la base canonique) est $(E_{i,j})_{i,j}$ avec $\mathrm{Coef}_{k,\ell}(E_{i,j}) = \delta_{i,k}\delta_{j,\ell}$
- Définitions de matrice : matrice colonne, matrice ligne, matrice identité, matrice diagonale, matrice scalaire, matrice triangulaire supérieure, matrice triangulaire inférieure
- Définition de la transposition d'une matrice.

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

$\Rightarrow$ Produit de deux matrices bien calibrées

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

$\Rightarrow$ Produit de deux matrices bien calibrées

- Si le nombre de colonne de A égale le nombre de lignes de B (égale m), on définit $A \times B$, par

$$^{i}[A \times B]_j = \sum_{k=1}^{m} {}^{i}[A]_k {}^{k}[B]_j$$

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

$\Rightarrow$ Produit de deux matrices bien calibrées

- Si le nombre de colonne de A égale le nombre de lignes de B (égale m), on définit $A \times B$, par

$$^{i}[A \times B]_j = \sum_{k=1}^{m} {}^{i}[A]_k {}^{k}[B]_j$$

- Nombreuses interprétations... dont $(S) \Leftrightarrow AX = b$ (avec X et b colonnes)

Conclusion

Objectifs

⇒ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

⇒ Produit de deux matrices bien calibrées

- Si le nombre de colonne de A égale le nombre de lignes de B (égale m), on définit $A \times B$, par

$$^{i}[A \times B]_j = \sum_{k=1}^{m} {}^{i}[A]_k {}^{k}[B]_j$$

- Nombreuses interprétations... dont $(S) \Leftrightarrow AX = b$ (avec X et b colonnes)
- Propriétés : associativité, bilinéarité (groupe ?), transposition

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

$\Rightarrow$ Produit de deux matrices bien calibrées

- Si le nombre de colonne de A égale le nombre de lignes de B (égale m), on définit $A \times B$, par

$$^{i}[A \times B]_{j} = \sum_{k=1}^{m} {}^{i}[A]_{k}\, {}^{k}[B]_{j}$$

- Nombreuses interprétations... dont $(S) \Leftrightarrow AX = b$ (avec X et b colonnes)
- Propriétés : associativité, bilinéarité (groupe ?), transposition
- Produit $E_{i,j} \times F_{k,\ell}$

Conclusion

Objectifs

⇒ Ensemble des matrices comme un espace vectoriel

⇒ Produit de deux matrices bien calibrées

Pour la prochaine fois

- Lecture du cours : chapitre 8. Calcul matriciel
  3. Multiplication
  4. Les matrices carrées
- Exercice N° 200 & 202
- TD :
  - jeudi 16h : 198, 204, 208, 207, 216
  - lundi 14h : 198, 203, 209, 218, 219