

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles/de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

Changement de programme

Planning des DS :

- ▶ 8/03 : LV1
- ▶ 15/03 : Physique
- ▶ 22/03 : Français
- ▶ 29/03 : Maths
- ▶ 5/04 : \emptyset
- ▶ 11/04 : Physique (veille de vacances)

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Changement de programme

Planning des DS (modifications) :

- ▶ 8/03 : LV1
- ▶ 15/03 : Physique
- ▶ **mercredi 19/03 : Mathématiques**
- ▶ 22/03 : Français
- ▶ 29/03 : **Cours de Maths**
- ▶ 5/04 : **Maths**
- ▶ 11/04 : Physique (veille de vacances)

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles/de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

Heuristique. Parité de changements

Il arrive, très souvent, qu'on s'intéresse au nombre de changement d'ordre dans une permutation.

On avait un ensemble bien ordonné $(1\ 2 \dots n)$ et en bout de course, il se trouve tout mélangé.

Combien de changement a-t-il fallu faire ? Ce nombre ne peut pas être fixe, car deux transpositions identiques conduisent à la situation initiale. Donc le seul nombre auquel on peut avoir accès est la parité de ce nombre de changements.

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

Définition de signature (1)

Définition - Une première définition

Soit σ une permutation de \mathbb{N}_n ,
on appelle signature de σ , le nombre

$$\epsilon(\sigma) = \prod_{i < j} \text{signe}(\sigma(i) - \sigma(j))$$

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Définition de signature (1)

Définition - Une première définition

Soit σ une permutation de \mathbb{N}_n ,
on appelle signature de σ , le nombre

$$\epsilon(\sigma) = \prod_{i < j} \text{signe}(\sigma(i) - \sigma(j))$$

Exemple Signature de $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

⇒ Décomposition en
produit de cycles de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

Sans la fonction signe. Simplification

Analyse Calcul pour savoir si $i < j$.

⇒ Décomposition en
produit de cycles de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

Analyse Calcul pour savoir si $i < j$.

Proposition - Formule (sans la fonction signe)

Soit σ une permutation de \mathbb{N}_n .

$$\text{Alors } \epsilon(\sigma) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} \frac{\sigma(j) - \sigma(i)}{j - i} = \prod_{\{i,j\} \in \binom{\mathbb{N}_n}{2}} \frac{\sigma(j) - \sigma(i)}{j - i}$$

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

Sans la fonction signe. Simplification

Analyse Calcul pour savoir si $i < j$.

Proposition - Formule (sans la fonction signe)

Soit σ une permutation de \mathbb{N}_n .

$$\text{Alors } \epsilon(\sigma) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} \frac{\sigma(j) - \sigma(i)}{j - i} = \prod_{\{i,j\} \in \binom{\mathbb{N}_n}{2}} \frac{\sigma(j) - \sigma(i)}{j - i}$$

Démonstration

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles/de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

Théorème - Signature

ϵ est une application de S_n dans $\{-1, 1\}$ telle que

- $\epsilon(\tau) = -1$ pour toute transposition τ ;
- $\epsilon(\sigma\sigma') = \epsilon(\sigma)\epsilon(\sigma')$ pour toutes permutations σ et σ' .

Elle est la seule application à vérifier ces propriétés.

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Caractérisation

Théorème - Signature

ϵ est une application de S_n dans $\{-1, 1\}$ telle que

- $\epsilon(\tau) = -1$ pour toute transposition τ ;
- $\epsilon(\sigma\sigma') = \epsilon(\sigma)\epsilon(\sigma')$ pour toutes permutations σ et σ' .

Elle est la seule application à vérifier ces propriétés.

Corollaire - Morphisme de groupes

ϵ est donc un morphisme de groupes, du groupe (S_n, \circ) dans le groupe $(\{-1, 1\}, \times)$.

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Caractérisation

Théorème - Signature

ϵ est une application de S_n dans $\{-1, 1\}$ telle que

- $\epsilon(\tau) = -1$ pour toute transposition τ ;
- $\epsilon(\sigma\sigma') = \epsilon(\sigma)\epsilon(\sigma')$ pour toutes permutations σ et σ' .

Elle est la seule application à vérifier ces propriétés.

Corollaire - Morphisme de groupes

ϵ est donc un morphisme de groupes, du groupe (S_n, \circ) dans le groupe $(\{-1, 1\}, \times)$.

Démonstration du corollaire

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

Théorème - Signature

ϵ est une application de S_n dans $\{-1, 1\}$ telle que

- $\epsilon(\tau) = -1$ pour toute transposition τ ;
- $\epsilon(\sigma\sigma') = \epsilon(\sigma)\epsilon(\sigma')$ pour toutes permutations σ et σ' .

Elle est la seule application à vérifier ces propriétés.

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

Théorème - Signature

ϵ est une application de S_n dans $\{-1, 1\}$ telle que

- $\epsilon(\tau) = -1$ pour toute transposition τ ;
- $\epsilon(\sigma\sigma') = \epsilon(\sigma)\epsilon(\sigma')$ pour toutes permutations σ et σ' .

Elle est la seule application à vérifier ces propriétés.

Démonstration

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles/de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

On exploite le morphisme de groupe :

Corollaire - Calcul de $\epsilon(\sigma)$

Soit $\sigma \in S_n$, $\sigma = \tau_1 \dots \tau_k$ une décomposition en transpositions.
Alors $\epsilon(\sigma) = (-1)^k$ (en particulier la parité de k est déterminée par σ).

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Avec les transpositions

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

On exploite le morphisme de groupe :

Corollaire - Calcul de $\epsilon(\sigma)$

Soit $\sigma \in S_n$, $\sigma = \tau_1 \dots \tau_k$ une décomposition en transpositions.

Alors $\epsilon(\sigma) = (-1)^k$ (en particulier la parité de k est déterminée par σ).

Exemple $\epsilon \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 & 1 & 4 & 6 \end{pmatrix} \right)$

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Cela découle de la démonstration.

Corollaire - Signature et décomposition de cycles

Soient c_1, \dots, c_p des cycles à supports disjoints de longueurs respectives ℓ_1, \dots, ℓ_p . Alors la permutation $\sigma = c_1 c_2 \dots c_p$ a pour signature

$$\epsilon(\sigma) = (-1)^{n-p} = (-1)^{\sum_{i=1}^p (\ell_i - 1)}.$$

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Avec les orbites

Cela découle de la démonstration.

Corollaire - Signature et décomposition de cycles

Soient c_1, \dots, c_p des cycles à supports disjoints de longueurs respectives ℓ_1, \dots, ℓ_p . Alors la permutation $\sigma = c_1 c_2 \dots c_p$ a pour signature

$$\epsilon(\sigma) = (-1)^{n-p} = (-1)^{\sum_{i=1}^p (\ell_i - 1)}.$$

Démonstration

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Avec les orbites

Cela découle de la démonstration.

Corollaire - Signature et décomposition de cycles

Soient c_1, \dots, c_p des cycles à supports disjoints de longueurs respectives ℓ_1, \dots, ℓ_p . Alors la permutation $\sigma = c_1 c_2 \dots c_p$ a pour signature

$$\epsilon(\sigma) = (-1)^{n-p} = (-1)^{\sum_{i=1}^p (\ell_i - 1)}.$$

Démonstration

Attention - Le nombre de cycle p

Il faut compter les points fixes parmi les cycles (au nombre de p) qui décompose σ dans la formule $\epsilon(\sigma) = (-1)^{n-p}$

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Avec les orbites

Cela découle de la démonstration.

Corollaire - Signature et décomposition de cycles

Soient c_1, \dots, c_p des cycles à supports disjoints de longueurs respectives ℓ_1, \dots, ℓ_p . Alors la permutation $\sigma = c_1 c_2 \dots c_p$ a pour signature

$$\epsilon(\sigma) = (-1)^{n-p} = (-1)^{\sum_{i=1}^p (\ell_i - 1)}.$$

Démonstration

Attention - Le nombre de cycle p

Il faut compter les points fixes parmi les cycles (au nombre de p) qui décompose σ dans la formule $\epsilon(\sigma) = (-1)^{n-p}$

Exemple $\epsilon \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 & 1 & 4 & 6 \end{pmatrix} \right)$, avec les orbites

⇒ Décomposition en produit de cycles de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles/de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

Conclusion

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

- ▶ Toute permutation se décompose en produit de cycles disjoints

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Conclusion

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

- ▶ Toute permutation se décompose en produit de cycles disjoints
Comment l'obtenir ? L'algorithme des orbites.

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Conclusion

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

- ▶ Toute permutation se décompose en produit de cycles disjoints
Comment l'obtenir ? L'algorithme des orbites.
- ▶ Toute permutation est un produit de transpositions

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

- ▶ Toute permutation se décompose en produit de cycles disjoints
Comment l'obtenir ? L'algorithme des orbites.
- ▶ Toute permutation est un produit de transpositions
Comment l'obtenir ? Décomposition des orbites, ou avec la vision
graphe

⇒ Décomposition en
produit de cycles/de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

- ▶ Toute permutation se décompose en produit de cycles disjoints
Comment l'obtenir ? L'algorithme des orbites.
- ▶ Toute permutation est un produit de transpositions
Comment l'obtenir ? Décomposition des orbites, ou avec la vision
graphe
- ▶ Toute permutation est un produit de transpositions $\tau_{i,i+1}$

⇒ Décomposition en
produit de cycles/de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles/de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions
- ⇒ Séparation en deux parties, selon la signature
 - ▶ Définition de la signature. Séparation en deux sous-groupes (alternés et l'autre)

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions
- ⇒ Séparation en deux parties, selon la signature
 - ▶ Définition de la signature. Séparation en deux sous-groupes (alternés et l'autre)

- ▶ Premier moyen de calcul : $\epsilon(\sigma) = \prod_{i < j} \frac{\sigma(j) - \sigma(i)}{j - i}$.

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Conclusion

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

- ▶ Définition de la signature. Séparation en deux sous-groupes (alternés et l'autre)

- ▶ Premier moyen de calcul : $\epsilon(\sigma) = \prod_{i < j} \frac{\sigma(j) - \sigma(i)}{j - i}$.

- ▶ Deuxième moyen de calcul : $\epsilon(\sigma) = (-1)^p$, si σ se décompose en p transpositions.

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Conclusion

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

- ▶ Définition de la signature. Séparation en deux sous-groupes (alternés et l'autre)

- ▶ Premier moyen de calcul : $\epsilon(\sigma) = \prod_{i < j} \frac{\sigma(j) - \sigma(i)}{j - i}$.

- ▶ Deuxième moyen de calcul : $\epsilon(\sigma) = (-1)^p$, si σ se décompose en p transpositions.

- ▶ Troisième moyen de calcul : $\epsilon(\sigma) = (-1)^{n-k}$, si σ se décompose produit de k cycles disjoints.

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

Conclusion

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

- ▶ Définition de la signature. Séparation en deux sous-groupes (alternés et l'autre)

- ▶ Premier moyen de calcul : $\epsilon(\sigma) = \prod_{i < j} \frac{\sigma(j) - \sigma(i)}{j - i}$.

- ▶ Deuxième moyen de calcul : $\epsilon(\sigma) = (-1)^p$, si σ se décompose en p transpositions.

- ▶ Troisième moyen de calcul : $\epsilon(\sigma) = (-1)^{n-k}$, si σ se décompose produit de k cycles disjoints.

- ▶ Quatrième moyen de calcul : $\epsilon(\sigma) = (-1)^N$, si le graphe de σ présente N croisements.

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition d'une permutation

4. Signature d'une permutation

4.1. Motivation : nombre d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la signature de σ

⇒ Décomposition en
produit de cycles/de
transpositions

⇒ Séparation en
deux parties, selon la
signature

Objectifs

⇒ Décomposition en produit de cycles/de transpositions

⇒ Séparation en deux parties, selon la signature

Pour le prochain cours

- ▶ Lecture du cours : chapitre 24 : Espaces vectoriels
- ▶ Exercice n° 611

1. Problèmes

2. Définitions

3. Décomposition
d'une permutation

4. Signature d'une
permutation

4.1. Motivation : nombre
d'inversions

4.2. Propriété caractéristique

4.3. Autres façons d'obtenir la
signature de σ