

Leçon 95 - Séries numériques

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme positifs. Critère d Riemann

- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'ett d'une série
- Problèmes
- Z. Generances
- Series a termes positifs
 - 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des série
- 3.4. Séries absolur convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'étud
- 4.2. Comparaison série-intégrale
- 4.3. Séries de référence

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'étude d'une série

- 1. Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes positifs
 - 3.1. Majoration des sommes partielles
 - 3.2. Comparaison des séries à termes positifs
 - 3.3. Exploitation des séries de Riemann
 - 3.4. Séries absolument convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 4.1. Plan d'étude
 - 4.2. Comparaison série-intégrale
 - 4.3. Séries de référence

eçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme positifs. Critère d

⇒ Convergence .bsolue

⇒ Mener l'e d'une série

- 1. Problèmes
- Z. Generalites
- 3. Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- artielles 3.2. Comparaison des séries
- .3. Exploitation des séries
- Riemann 3.4. Sárias absoluman
- 3.4. Séries absolun convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 1.1. Plan d'étude
 - .2. Comparaison érie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'étude d'une série

- 1. Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes positifs
 - 3.1. Majoration des sommes partielles
 - 3.2. Comparaison des séries à termes positifs
 - 3.3. Exploitation des séries de Riemann
 - 3.4. Séries absolument convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 4.1. Plan d'étude
 - 4.2. Comparaison série-intégrale
 - 4.3. Séries de référence

eçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes ositifs. Critère de

> Convergence bsolue

⇒ Mener l'é d'une série

- 1. Problèmes
- Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries
- ermes positirs L3. Exploitation des séries d
- i.3. Exploitation des series Riemann
- 3.4. Series absolumi convergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d
- .2. Comparaison érie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Motivations

Heuristique. Motivations

Il y a plusieurs raisons qui motivent l'étude des séries positives.

Leçon 95 - Séries numériques

Séries à termes ositifs. Critère de

> Convergenc osolue

⇒ Mener l'étud d'une série

- Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
- .2. Comparaison des séries à
- termes positifs
- Riemann
- convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'
- iérie-intégrale
- 1.3. Séries de référence

Motivations

Heuristique. Motivations

Il y a plusieurs raisons qui motivent l'étude des séries positives.

 La première est qu'ainsi on peut utiliser facilement le théorème de convergence monotone (des suites), puisque la suite des sommes partielles et dans ce cas une suite croissante.

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes ositifs. Critère de

- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'étu d'une série
- Problèmes
- O Cárina à tarrana
- 3. Series a termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des séries
- 3.4. Séries absolum convergentes
- 4. Plan d'étude d'u série et série de
- 4.1. Plan d'
 - I.2. Comparaison érie-intégrale
- 1.3. Séries de référence

Motivations

Heuristique. Motivations

Il y a plusieurs raisons qui motivent l'étude des séries positives.

- La première est qu'ainsi on peut utiliser facilement le théorème de convergence monotone (des suites), puisque la suite des sommes partielles et dans ce cas une suite croissante.
- La seconde est que les séries absolument convergentes (donc à termes positives) donne une condition suffisante pour l'étude de la convergence des séries.

eçon 95 - Séries numériques

> Séries à termes ositifs. Critère de

⇒ Convergence .bsolue

⇒ Mener l'étu d'une série

- Problèmes
- Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes
- 8.2. Comparaison des séries à
- termes positifs 3.3. Exploitation des série
- 3.4. Séries absolume convergentes
- convergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'étu
- l.2. Comparaison iérie-intégrale
- 3. Séries de référence

Il y a plusieurs raisons qui motivent l'étude des séries positives.

- La première est qu'ainsi on peut utiliser facilement le théorème de convergence monotone (des suites), puisque la suite des sommes partielles et dans ce cas une suite croissante.
- La seconde est que les séries absolument convergentes (donc à termes positives) donne une condition suffisante pour l'étude de la convergence des séries.
- 3. Et même si on se place dans $\overline{\mathbb{R}^+}$ (on accepte des limite égale à l'infini), on peut affirmer que toute série à termes positifs est convergente. C'est ce qu'on fait dans la définition de l'intégrale de Lebesgue. . .

- ⇒ Séries à termes ositifs. Critère de
- absolue
- ⇒ Mener l'étu d'une série
- Problèmes
- 0.06::-- > 4-----
- positifs
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des s
- 3.4. Séries absolumi convergentes
- convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 4.1. Plan d'ét
 - 2. Comparaison érie-intégrale
 - l. Séries de référence

Théorème de convergence dominée

Théorème - Condition simple de convergence

Soit $\sum u_n$ une série à termes positifs.

(Il suffit en fait que $u_n \ge 0$ à partir d'un certain rang.)

 $\sum u_n$ converge si et seulement si la suite (S_n) des sommes partielles est majorée (c'est-à-dire s'il existe M tel que $\forall n, S_n \leq M$).

Dans le cas contraire on a $\lim_{n\to+\infty} S_n = +\infty$.

eçon 95 - Séries numériques

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence ιbsolue
- ⇒ Mener l'éto d'une série
- Problèmes
- 2. Généralités
- Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes
- .2. Comparaison des séries à
- termes positifs
- Riemann 8.4. Séries absolument
- Séries absolume convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'é
 - 2. Comparaison irie-intégrale
- .3. Séries de référence

Théorème de convergence dominée

Théorème - Condition simple de convergence

Soit $\sum u_n$ une série à termes positifs.

(Il suffit en fait que $u_n \ge 0$ à partir d'un certain rang.)

 $\sum u_n$ converge si et seulement si la suite (S_n) des sommes partielles est majorée (c'est-à-dire s'il existe M tel que $\forall n, S_n \leq M$).

Dans le cas contraire on a $\lim_{n\to+\infty} S_n = +\infty$.

Démonstration

eçon 95 - Séries. numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

- ⇒ Convergenc∈ .bsolue
- ⇒ Mener l'ét d'une série
- Problèmes
- Z. Generalites
- Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes
- 3.2. Comparaison des séries à
- termes positifs 3.3. Exploitation des séries de
- 3.4. Séries absolume convergentes
- 4. Plan d'étude d'u série et série de
- 4.1. Plan d'
 - .2. Comparaison érie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'étude d'une série

- 1. Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes positifs
 - 3.1. Majoration des sommes partielles
 - 3.2. Comparaison des séries à termes positifs
 - 3.3. Exploitation des séries de Riemann
 - 3.4. Séries absolument convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 4.1. Plan d'étude
 - 4.2. Comparaison série-intégrale
 - 4.3. Séries de référence

eçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes ositifs. Critère de Biemann

- > Convergence bsolue
- ⇒ Mener l'ét d'une série
- 1. Problèmes
- Généralités
- 3. Séries à termes
 - 3.1. Majoration des sommes partielles
- partielles
 3.2. Comparaison des séries à
- termes positifs
- Riemann
- 3.4. Séries absolun convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d
- .2. Comparaison érie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Critères de convergence (sans connaître S)

Théorème - Inégalités

On suppose qu'à partir d'un certain rang $0 \le u_n \le v_n$. Alors : $(\sum v_n \text{ converge } \Rightarrow \sum u_n \text{ converge })$ et

 $(\sum u_n \text{ diverge } \Rightarrow \sum v_n \text{ diverge }).$

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

> Convergence bsolue

⇒ Mener l'éto d'une série

- 1. Problèmes
- 2 Gánáralitás
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
- 3.2. Comparaison des séries à termes positifs
- 3.3. Exploitation des séries
- Séries absolum convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'étud
- .2. Comparaison érie-intégrale
- .3. Séries de référence

Critères de convergence (sans connaître S)

Théorème - Inégalités

On suppose qu'à partir d'un certain rang $0 \le u_n \le v_n$. Alors : $(\sum v_n \text{ converge } \Rightarrow \sum u_n \text{ converge })$ et

 $(\sum u_n \text{ diverge } \Rightarrow \sum v_n \text{ diverge }).$

Démonstration

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

Convergencosolue

⇒ Mener l'ét d'une série

- 1. Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
- partielles
 3.2. Comparaison des séries à
- termes positifs 3.3. Exploitation des séries de
- 3.4. Séries absolum convergentes
- 4. Plan d'étude d'ui série et série de
- 4.1. Plan d'étud
 - 2. Comparaison
- .3. Séries de référence

 $(\sum v_n \text{ converge } \Rightarrow \sum u_n \text{ converge })$

et

 $(\sum u_n \text{ diverge } \Rightarrow \sum v_n \text{ diverge }).$

Démonstration

Proposition - Majoration par négligeabilité

On suppose qu'à partir d'un certain rang, $0 \le u_n \le v_n$ et que $u_n = O(v_n)$.

Alors

 $(\sum v_n \text{ converge } \Rightarrow \sum u_n \text{ converge })$

et

 $(\sum u_n \text{ diverge } \Rightarrow \sum v_n \text{ diverge }).$

eçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes ositifs. Critère de Riemann

> Convergence bsolue

⇒ Mener l'éti d'une série

- Problèmes
- 2. Généralités
- Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes
- 3.2. Comparaison des séries à termes positifs
- termes positifs 3.3. Exploitation des séries «
- Séries absolumes convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'é
- .2. Comparaison érie-intégrale
- . Séries de référence

On suppose qu'à partir d'un certain rang $0 \le u_n \le v_n$. Alors :

 $(\sum v_n \text{ converge } \Rightarrow \sum u_n \text{ converge })$

et

 $(\sum u_n \text{ diverge } \Rightarrow \sum v_n \text{ diverge }).$

Démonstration

Proposition - Majoration par négligeabilité

On suppose qu'à partir d'un certain rang, $0 \le u_n \le v_n$ et que $u_n = O(v_n)$.

Alors

 $(\sum v_n \text{ converge } \Rightarrow \sum u_n \text{ converge })$

et

 $(\sum u_n \text{ diverge } \Rightarrow \sum v_n \text{ diverge }).$

Démonstration

 Séries à termes ositifs. Critère de liemann

> Convergence bsolue

⇒ Mener l'éti d'une série

- Problèmes
- 0 04=4=1144=
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
- 3.2. Comparaison des séries à
- termes positifs 3.3. Exploitation des séries a
- 3.4. Séries absolumen
- convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 4.1. Plan d'ét
 - .2. Comparaison érie-intégrale
 - . Séries de référence

Critères de convergence (sans connaître S)

Théorème - Équivalents

Si $u_n \underset{n \to +\infty}{\sim} v_n$, et $u_n \ge 0$ à partir d'un certain rang, alors $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'et d'une série
- 1. Problèmes
- 0.01.1.111
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
- partielles
 3.2. Comparaison des séries à
- ermes positifs
- iemann 4. Sários absolument
- Séries absolum convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'étuc
- 4.2. Comparaison série-intégrale
- .3. Séries de référence

Critères de convergence (sans connaître S)

Théorème - Équivalents

Si $u_n \underset{n \to +\infty}{\sim} v_n$, et $u_n \ge 0$ à partir d'un certain rang, alors $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.

Démonstration

Leçon 95 - Séries numériques

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'e d'une série
 - 1. Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes
- partielles
 3.2. Comparaison des séries à
- ermes positifs
- .4. Séries absolument
- Séries absolume convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 1.1. Plan d'étude
- 4.2. Comparaison série-intégrale
- .3. Séries de référence

Mieux!

Exercice

Soient $\sum u_n$ et $\sum v_n$ deux séries à termes positifs telles que $u_n \sim v_n$. Montrer que

- Si ces séries convergent, les restes sont équivalents,
- Si ces séries divergent, les sommes partielles sont équivalents,

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

- ⇒ Convergeno absolue
- ⇒ Mener l'et d'une série
 - . Problèmes
- Généralités
- 3. Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes
- partielles
 3.2. Comparaison des séries à
- .3. Exploitation des séries
- .4. Séries absolume
- convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- l.1. Plan d'étude
- 4.2. Comparaison série-intégrale
- 4.3. Séries de référence

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'étude d'une série

- 1. Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes positifs
 - 3.1. Majoration des sommes partielles
 - 3.2. Comparaison des séries à termes positifs
 - 3.3. Exploitation des séries de Riemann
 - 3.4. Séries absolument convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 4.1. Plan d'étude
 - 4.2. Comparaison série-intégrale
 - 4.3. Séries de référence

eçon 95 - Séries numériques

 Séries à termes ositifs. Critère de liomann

⇒ Convergence bsolue

⇒ Mener l'ét d'une série

- 1. Problèmes
- Généralités
- 3. Séries à termes

OOSITITS 3.1 Mainration des sommes

artielles .2. Comparaison des séries à

 3.2. Comparaison des series a termes positifs
 3.3. Exploitation des séries de

tiemann

 3.4. Séries absolui convergentes

- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan c
 - I.2. Comparaison iérie-intégrale
 - 4.3. Séries de référence

Théorie

Proposition - Séries de Riemann

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. La série de terme général $\frac{1}{n^{\alpha}}$ converge si et seulement si $\alpha > 1$.

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme: positifs. Critère de Riemann

absolue

⇒ Mener l'ett d'une série

- Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes partielles
 - . Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des séries de Riemann
- 3.4. Séries absolun convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 1.1. Plan d'étude
- 4.2. Comparaison série-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Théorie

Proposition - Séries de Riemann

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. La série de terme général $\frac{1}{n^{\alpha}}$ converge si et seulement si $\alpha > 1$.

Démonstration

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme: positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergenc absolue

⇒ Mener l'et d'une série

- 1. Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
 - Comparaison des séries à
- termes positifs
 3.3. Exploitation des séries de
- Riemann 3.4. Séries absolume
- convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 1.1. Plan d'étude
- 2. Comparaison rie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Théorie

Proposition - Séries de Riemann

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. La série de terme général $\frac{1}{n^{\alpha}}$ converge si et seulement si $\alpha > 1$.

Démonstration

Exercice

En exploitant l'exercice précédent, donner des équivalents des sommes partielles ou restes des séries de Riemann.

Leçon 95 - Séries numériques

- ⇒ Séries à terme positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergenc absolue
- d'une série
- 1. Problemes
- 3 Séries à terme
- Series a termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries à termes positifs
 3.3. Exploitation des séries de
- Riemann
- 3.4. Séries absolur convergentes
- l. Plan d'étude d'une lérie et série de éférence
- 4.1. Plan d'é
 - 2. Comparaison
- 4.3. Séries de référence

Exploitation des séries de Riemann

Exercice

Étudier la nature de la série de terme général $u_n = n \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergend absolue

⇒ Mener l'etud d'une série

- Problèmes
- 2 Généralités
- 3. Séries à termes
- positifs
 - rtielles
 - . Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des séries de Riemann
- 3.4. Séries absolun convergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'
- 4.2. Comparaison série-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Corollaire - Méthode du « $n^{\alpha}u_n$ »

Soit $\sum u_n$ une série à termes positifs.

- S'il existe $\alpha > 1$ réel tel que $\lim_{n \to +\infty} n^{\alpha} u_n = 0$, alors $\sum u_n$ converge.
- S'il existe $\alpha \le 1$ réel tel que $\lim_{n \to +\infty} n^{\alpha} u_n = +\infty$, alors $\sum u_n$ diverge.

Leçon 95 - Séries numériques

- ⇒ Séries à terme: positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'éti d'une série
- Problèmes
- 2. Generalites
- Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes
- .2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des séries de
- 3.4. Séries absolun convergentes
- I. Plan d'étude d'une série et série de éférence
- 4.1. Plan d
 - 2. Comparaison irie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Corollaire - Méthode du « $n^{\alpha}u_n$ »

Soit $\sum u_n$ une série à termes positifs.

- S'il existe $\alpha > 1$ réel tel que $\lim_{n \to +\infty} n^{\alpha} u_n = 0$, alors $\sum u_n$ converge.
- S'il existe $\alpha \le 1$ réel tel que $\lim_{n \to +\infty} n^{\alpha} u_n = +\infty$, alors $\sum u_n$ diverge.

Démonstration

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

> Convergence bsolue

⇒ Mener l'ét d'une série

- Problèmes
- 2 Cárias à tarmas
- positifs
- 3.1. Majoration des sommes
- .2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des séries de Riemann
- 3.4. Séries absolur convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d
 - 2. Comparaison irie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'étude d'une série

- 1. Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes positifs
 - 3.1. Majoration des sommes partielles
 - 3.2. Comparaison des séries à termes positifs
 - 3.3. Exploitation des séries de Riemann
 - 3.4. Séries absolument convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 4.1. Plan d'étude
 - 4.2. Comparaison série-intégrale
 - 4.3. Séries de référence

eçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

- ⇒ Convergence .bsolue
- ⇒ Mener l'ét d'une série
- 1. Problèmes
- Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
- partielles
- rmes positifs
- Exploitation des séries iemann
- 3.4. Séries absolument convergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan o
 - I.2. Comparaison iérie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Le critère de convergence absolue

Définition - Série absolument convergente

La série $\sum u_n$ ($u_n \in \mathbb{R}$ ou $u_n \in \mathbb{C}$) est dite **absolument** convergente si la série $\sum |u_n|$ est convergente.

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes ositifs. Critère de

- ⇒ Convergence .bsolue
- ⇒ Mener l'étu d'une série
 - 1. Problèmes
- 2 Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
- partielles
- ermes positifs
- Riemann
- 3.4. Séries absolument convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'
 - 2. Comparaison rie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Le critère de convergence absolue

Définition - Série absolument convergente

La série $\sum u_n$ ($u_n \in \mathbb{R}$ ou $u_n \in \mathbb{C}$) est dite **absolument** convergente si la série $\sum |u_n|$ est convergente.

Théorème - Implication

Une série absolument convergente est convergente.

Leçon 95 - Séries numériques

- Séries à termes ositifs. Critère de liemann
- ⇒ Convergence .bsolue
- ⇒ Mener l'ét d'une série
- 1. Problèmes
- 2. Generalites
- Séries à termes positifs
 - 3.1. Majoration des sommes
 - .2. Comparaison des séries à
 - ermes positifs
 - .3. Exploitation des series Riemann
 - 3.4. Séries absolument convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d
 - 2. Comparaison érie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

On exploite le contre-exemple classique suivant : $\sum_{n\geqslant 1}\frac{(-1)^n}{n}$.

 $ightharpoonup \sum u_n$ est convergente.

Pour $n \in \mathbb{N}^*$,

$$a_n = u_{2n+1} + u_{2n+2} = \frac{-1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} = \frac{-1}{4n^2 + 6n + 2}.$$

$$-a_n > 0, \ -a_n \sim \frac{1}{4n^2} \text{ et } \sum \frac{1}{4n^2} \text{ converge}.$$

Donc $\sum a_n$ également.

Enfin, notons que

$$\sum_{n=1}^{\lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor} a_n \leq \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^n}{n} \leq \sum_{n=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} a_n$$

Donc par encadrement, la série $\sum u_n$ converge.

Séries à termes ositifs. Critère de

⇒ Convergenc absolue

d'une série

- I. Problèmes
-
- positifs
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des série
- 3.4. Séries absolument convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de
- 4.1. Plan d'
 - .2. Comparaison érie-intégrale
 - 1.3. Séries de référence

On exploite le contre-exemple classique suivant : $\sum_{n\geqslant 1} \frac{(-1)^n}{n}$.

 $ightharpoonup \Sigma u_n$ n'est pas absolument convergente, cela signifierait que la série harmonique converge.

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de

- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'éti d'une série
- 1. Problèmes
- 2. Généralités
- Séries à termes positifs
 - 3.1. Majoration des sommes
 - partielles
 - ermes positifs
 - iemann
 - 3.4. Séries absolument convergentes
 - 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 4.1. Plan d'étu
 - 2. Comparaison rie-intégrale
 - 4.3. Séries de référence

Le critère de convergence absolue

Définition - Série absolument convergente

La série $\sum u_n$ ($u_n \in \mathbb{R}$ ou $u_n \in \mathbb{C}$) est dite **absolument** convergente si la série $\sum |u_n|$ est convergente.

Théorème - Implication

Une série absolument convergente est convergente.

Démonstration

Leçon 95 - Séries numériques

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence ιbsolue
- ⇒ Mener l'étu d'une série
- Problèmes
- 2.24:
- 3. Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes
- 1.2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des séries (
- Riemann
 3.4. Séries absolument
- Séries absolument convergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d
- .2. Comparaison érie-intégrale
- .3. Séries de référence

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'étude d'une série

- 1. Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes positifs
 - 3.1. Majoration des sommes partielles
 - 3.2. Comparaison des séries à termes positifs
 - 3.3. Exploitation des séries de Riemann
 - 3.4. Séries absolument convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 4.1. Plan d'étude
 - 4.2. Comparaison série-intégrale
 - 4.3. Séries de référence

eçon 95 - Séries numériques

 Séries à termes ositifs. Critère de Riemann

- ⇒ Convergence bsolue
- ⇒ Mener l'ét d'une série
- 1. Problèmes
- Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
- partielles 3.2. Comparaison des séries à
- ermes positifs
- 3.3. Exploitation des serie Riemann
- Séries absolume convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'étude
 - I.2. Comparaison iérie-intégrale
 - 4.3. Séries de référence

)	
	Problèmes

4.1. Plan d'étude

nature de la suite	terme général	méthode d'étude de la série	absolue
(un) diverge		$\sum u_n$ diverge	
$\lim_{n\to+\infty} u_n \neq 0$		$\sum u_n$ diverge	→ Mener l'étude
$\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$	u_n réel, $\forall n, u_n \ge 0$	on essaie de comparer avec une série de référence	d'une sé rie
		ou on essaie de « voir »un téléescopage	
		ou on essaie de majorer les sommes partielles	
		ou on compare avec une intégrale	1. Problèmes
	u_n réel, $\forall n, u_n \leq 0$	on étudie la série de t.g. $-u_n$	
	$u_n = (-1)^n v_n$	On applique le critère de LEIBNIZ	Généralités
	si $(v_n) \setminus (ou \nearrow)$ (nécessairement $(v_n) \rightarrow 0$)		
	u_n réel mais pas de signe constant	on étudie $\sum u_n $ avec $ u_n \ge 0$:	3. Séries à termes
		si $\sum u_n $ cv alors $\sum u_n$ cv	positifs
		si $\sum u_n $ div : voir au cas par cas	3.1. Majoration des sommes
	u_n complexe	on étudie $\sum u_n $ avec $ u_n \ge 0$:	partielles
		si $\sum u_n $ cv alors $\sum u_n$ cv	 3.2. Comparaison des séries termes positifs
		si $\sum u_n $ div : au cas par cas en étudiant $\sum \mathbf{Re} u_n$ et \sum	
Le tableau sera complété encore l'année prochaine : semi-convergence : convergence de la série et non convergence			
absolue, critère de d'Alembert			

Comparaison série-intégrale

Lemme - Comparaison directe

Soient $n_0 \in \mathbb{N}$ et f continue par morceaux, décroissante sur $[n_0, +\infty[$. Alors

$$\forall n \ge n_0 + 1, \quad \int_n^{n+1} f(t) dt \le f(n) \le \int_{n-1}^n f(t) dt$$

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de

⇒ Convergend .bsolue

⇒ Mener l'étu d'une série

- Problèmes
- Généralités
- 3. Séries à termes
 - .1. Majoration des sommes
 - 2. Comparaison des séries à
- 8.3. Exploitation des séries Riemann
- Séries absolunt convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'e
- 4.2. Comparaison série-intégrale
- 3. Séries de référence

Soient $n_0 \in \mathbb{N}$ et f continue par morceaux, décroissante sur $[n_0, +\infty[$. Alors

$$\forall n \ge n_0 + 1, \quad \int_n^{n+1} f(t) dt \le f(n) \le \int_{n-1}^n f(t) dt$$

Proposition - Même comportement série-intégrale

Soient $n_0 \in \mathbb{N}$ et f continue par morceaux, positive, décroissante sur $[n_0, +\infty[$.

Alors $\sum_{\substack{n \ge n_0 \\ ar}} f(n)$ converge si et seulement si l'application

 $x \mapsto \int_{0}^{\infty} f(t) dt$ admet une limite finie quand x tend vers $+\infty$.

 Séries à termes ositifs. Critère de liemann

- > Convergence bsolue
- ⇒ Mener l'étud d'une série
- I. Problèmes
- Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries à
- termes positifs 3.3. Exploitation des séries
- Riemann
- .4. Séries absolume onvergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'éti
- .2. Comparaison érie-intégrale
- . Séries de référence

Lemme - Comparaison directe

Soient $n_0 \in \mathbb{N}$ et f continue par morceaux, décroissante sur $[n_0, +\infty[$. Alors

$$\forall n \ge n_0 + 1, \quad \int_n^{n+1} f(t) dt \le f(n) \le \int_{n-1}^n f(t) dt$$

Proposition - Même comportement série-intégrale

Soient $n_0 \in \mathbb{N}$ et f continue par morceaux, positive, décroissante sur $[n_0, +\infty[$.

Alors $\sum_{\substack{n \ge n_0 \\ a = n}} f(n)$ converge si et seulement si l'application

 $x \mapsto \int_{n_0}^{\infty} f(t) dt$ admet une limite finie quand x tend vers $+\infty$.

Démonstration

> Séries à termes ositifs. Critère de

> Convergence

⇒ Mener l'ét d'une série

I. Problèmes

2 Gánáralitás

3. Séries à terme

3.1. Majoration des sommes

3.2. Comparaison des séries à

ermes positifs 3.3. Exploitation des séries

niemann 3.4. Séries absolumen

3.4. Series absolume convergentes

4. Plan d'étude d'une série et série de référence

4.1. Plan d'é

4.2. Comparaison série-intégrale

. Séries de référence

Utilisation de la comparaison série-intégrale

Savoir-faire. Comment exploiter la comparaison série-intégrale

Si f est monotone à partir d'un certain rang X, alors pour tout $n \ge \lfloor X \rfloor + 1$, on a (cas décroissant) : $\forall n \ge N$,

$$\int_{n+1}^{N+1} f(t) dt \le \sum_{k=n+1}^{N} f(k) \le \int_{n}^{N} f(t) dt \dots$$

Puis, par méthodes supplémentaires sur les calculs intégrales : IPP, changement de variable, utilisation de primitive..., on peut transférer par encadrement les informations sur la série $\sum_{k\geqslant N}f(k)$.

eçon 95 - Séries numériques

 Séries à termes ositifs. Critère de iomann

> Convergence bsolue

⇒ Mener l'éti d'une série

- Problèmes
- Généralités
- Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des séries
- 8.4. Séries absolume
- 4. Plan d'étude d'une
- série et série de référence
- 4.1. Plan d'éti
- 1.2. Comparaison série-intégrale
 - . Séries de référence

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Mener l'étude d'une série

- 1. Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes positifs
 - 3.1. Majoration des sommes partielles
 - 3.2. Comparaison des séries à termes positifs
 - 3.3. Exploitation des séries de Riemann
 - 3.4. Séries absolument convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
 - 4.1. Plan d'étude
 - 4.2. Comparaison série-intégrale
 - 4.3. Séries de référence

eçon 95 - Séries numériques

> Séries à termes ositifs. Critère de

- ⇒ Convergence bsolue
- ⇒ Mener l'ét d'une série
- 1. Problèmes
- Généralités
- 3. Séries à termes
- OOSITITS

 3.1. Majoration des sommes
- partielles
- ermes positifs
- i.3. Exploitation des séries liemann
- Séries absolume convergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan o
- 4.2. Comparaison série-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Truc & Astuce pour le calcul - Série de référence

Série de Riemann

La série de terme général $\frac{1}{n^{\alpha}}$ converge si et seulement si $\alpha > 1$.

• Série géométrique

La série de terme général x^n est convergente si et seulement si |x| < 1.

• Série du binôme négatif

Soit $r \in \mathbb{N}$. Si |x| < 1, la série $\sum_{k \geqslant r} \binom{k}{r} x^{k-r}$ converge ;

$$\sum_{k=r}^{+\infty} {k \choose r} x^{k-r} = \frac{1}{(1-x)^{r+1}}.$$

• Série exponentielle

Pour tout x complexe, la série $\sum \frac{x^n}{n!}$ converge; $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$.

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence .bsolue
- a une serie
- . Problèmes
- 3 Séries à termes
- positifs
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des sér
- 3.4. Séries absolumen
- convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'ét
 - .2. Comparaison érie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

On note pour tout $n\in\mathbb{N}$, pour tout $p\in\mathbb{N}$, $\alpha_p^n=\binom{p+n}{p}x^p$. On s'intéresse à la série $T^n=\sum_{p\geqslant 0}\alpha_p^n$.

- 1. Montrer que la série T^n est convergente.
- 2. Rappeler la formule du triangle de Pascal.
- 3. Simplifier (téléscopage) $(1-x)\sum\limits_{p=0}^{N}a_{p}^{n},$ en déduire :

$$(1-x)\sum_{p=0}^{+\infty} a_p^n = \sum_{p=0}^{+\infty} a_p^{n-1}$$

4. Exprimer T^0 , en déduire pour tout $n \in \mathbb{N}$ la valeur de $+\infty (n+n)$ $+\infty (n+n)$

$$\sum_{p=0}^{+\infty} \binom{p+n}{p} x^p = \sum_{p=0}^{+\infty} \binom{p+n}{n} x^p$$

Séries à termes ositifs. Critère de

⇒ Convergence absolue

d'une série

- Problèmes
- 3 Séries à termes
- positifs
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des série
- 3.4. Séries absolumen
- convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'
 - .2. Comparaison érie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Soient les deux suites (S_n) et (S'_n) telles que

$$\forall \ n \in \mathbb{N}^* : S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \text{ et } S_n' = \frac{1}{n \cdot n!} + \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}.$$

1. Montrer que (S_n) et (S'_n) sont adjacentes.

Nous admettons qu'elles convergent vers e (voir dernière question).

- 2. Ecrire un programme en Python utilisant les suites (S_n) et (S_n') pour calculer une approximation de e à 10^{-6}
- 3. Soit x > 0. Soient $p, n \in \mathbb{N}$ avec $p \le n$.

3.1 Montrer que
$$\left(1+\frac{x}{n}\right) \geqslant \sum_{k=0}^{p} \frac{1 \times (1-\frac{1}{n}) \times \dots \times (1-\frac{k-1}{n})}{k!} x^k$$

- 3.2 En faisant tendre n vers l'infini, en déduire que $e^x \ge \sum_{k=0}^{p} \frac{x^k}{k!}$.
- 3.3 En déduire que la suite $\left(\sum_{k=0}^{p} \frac{x^k}{k!}\right)$ est convergente.
- 3.4
- 3.5

- Plan d'étude d'une
- 4.3 Sários do ráfáranco

Soient les deux suites (S_n) et (S'_n) telles que

$$\forall \ n \in \mathbb{N}^* : S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \text{ et } S_n' = \frac{1}{n \cdot n!} + \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}.$$

1. Montrer que (S_n) et (S'_n) sont adjacentes.

Nous admettons qu'elles convergent vers e (voir dernière question).

- 2. Ecrire un programme en Python utilisant les suites (S_n) et (S_n') pour calculer une approximation de e à 10^{-6}
- 3. Soit x > 0. Soient $p, n \in \mathbb{N}$ avec $p \le n$.
 - 3 1
 - 3.2
 - 3.3
 - 3.4 Par ailleurs, montrer que

$$\left(1+\frac{x}{n}\right)\leqslant \sum_{k=0}^{n}\frac{1\times (1-\frac{1}{n})\times \cdots \times (1-\frac{k-1}{n})}{k!}x^{k}$$
 3.5 En déduire que $e^{x}=\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{x^{k}}{k!}$.

- 1 Problèmes

- 4.3 Sários do ráfáranco

Savoir-faire. Calcul exact avec des séries exponentielles

Considérons un polynôme P de degré d (pas trop élevé).

On cherche à calculer la valeur de $S=\sum\limits_{n=0}^{+\infty}\frac{P(n)}{n!}x^n$ où $x\in\mathbb{R}.$

La famille $\left(1,X,X(X-1),\ldots X(X-1)\cdots (X-d)\right)$ est échelonnée, composée de d+1 polynômes : elle forme une base de $\mathbb{K}_d[X]$.

Il existe $a_0,a_1,\ldots a_d$ tels que $P=\sum\limits_{k=0}^d a_k N_k$ où $N_k=X\cdots (X-k).$

Alors par linéarité : $S=\sum_{k=0}^d a_k \left(\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{N_k(n)}{n!} x^n\right)$ mais $N_k(n)$ et n! se simplifient. . .

- ⇒ Séries à terme positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergenc absolue
- ⇒ Mener l'éti d'une série
- Problèmes
- 3 Séries à termes
- positifs
- 3.1. Majoration des sommes partielles
- 3.2. Comparaison des séries à ermes positifs
- 3.3. Exploitation des sér
- 3.4. Séries absolumen convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de
- 4.1. Plan d'é
- .2. Comparaison érie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Application

Exercice

Calculer
$$S = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n + n^2 2^n}{n!}$$

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergence absolue

⇒ Mener l'étue d'une série

- 1. Problèmes
- Généralités
- 3. Séries à termes
- positifs
 3.1 Majoration des sommes
 - artielles
 - Comparaison des séries à rmes positifs
 - emann 1. Séries absolument
- .4. Séries absolument onvergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d
- 4.2. Comparaison série-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergence absolue

⇒ Mener i etud d'une série

- 1. Problème
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes
- OOSITITS
 3.1 Majoration des sommes
- artielles
- . Comparaison des series à mes positifs
- iemann 4. Sárias absolument
- 3.4. Séries absolument convergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'
 - . Comparaison
 - .3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
 - CNS de convergence : être bornée.

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergen absolue

⇒ Mener l'étue d'une série

- 1. Problème
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
 - artielles 2. Comparaison des séries
 - rmes positifs
 - iemann 4. Sárias absolument
- 3.4. Séries absolur convergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d
- 4.2. Comparaisoi série-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
 - CNS de convergence : être bornée.
 - ▶ Si $0 \le u_n \le v_n$ alors $\sum v_n$ converge $\Rightarrow \sum u_n$ converge.

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme: positifs. Critère de Riemann

> Convergend bsolue

⇒ Mener l'etu d'une série

- Problème:
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes
- OOSITITS
- artielles 1.2. Comparaison des séries
- rmes positifs 3. Exploitation des séries (
- 3.4. Séries absolume convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de
- 4.1. Plan d'é
 - 2. Comparaison
- 4.3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
 - CNS de convergence : être bornée.
 - ▶ Si $0 \le u_n \le v_n$ alors $\sum v_n$ converge $\Rightarrow \sum u_n$ converge.
 - ▶ Si $0 \le u_n$ et $u_n \sim v_n$ alors $\sum u_n$ converge $\Longrightarrow \sum v_n$ converge.

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme: positifs. Critère de Biomann

⇒ Convergeno .bsolue

⇒ Mener l'ett d'une série

- . Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes

3.1. Majoration des sommes

cartielles

mes positifs 3. Exploitation des séries de

3.4. Séries absolume convergentes

- 4. Plan d'étude d'ui série et série de
- 4.1 Plan d'e
 - .2. Comparaison érie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
 - CNS de convergence : être bornée.
 - ▶ Si $0 \le u_n \le v_n$ alors $\sum v_n$ converge $\Rightarrow \sum u_n$ converge.
 - ▶ Si $0 \le u_n$ et $u_n \sim v_n$ alors $\sum u_n$ converge $\Longrightarrow \sum v_n$ converge.
 - ► En particulier si $v_n = \frac{1}{n^{\alpha}}$...La série $\sum v_n$ converge alors ssi $\alpha > 1$.

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergend ιbsolue

⇒ Mener l'ét d'une série

- . Problèmes
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes positifs
 - 1. Majoration des sommes
 - 3.2. Comparaison des séries à
 - .3. Exploitation des séries d
 - 3.4. Séries absolume convergentes
- 4. Plan d'étude d'
- 4.1. Plan d'étu
- I.2. Comparaison térie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergend absolue

⇒ Mener l'étude d'une série

- 1. Problème
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes
- OOSITITS 3.1 Mainration des sommes
- artielles
- Comparaison des series a rmes positifs
- iemann 4. Sárias absolument
- 3.4. Séries absolument convergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d
 - 2. Comparaisor
- .3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
 - $ightharpoonup \sum u_n$ converge absolument si $\sum |u_n|$ converge

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergenc absolue

⇒ Mener i e d'une série

- Problème
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
- cartielles
- mes positifs
- emann 4. Séries absolument
- convergentes
- Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'étuc
 - 2. Comparaison
- l.3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
 - $ightharpoonup \sum u_n$ converge absolument si $\sum |u_n|$ converge
 - ▶ $\sum u_n$ converge absolument $\Rightarrow \sum u_n$ converge

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme: positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergenc absolue

⇒ Mener l'éti d'une série

- Problème
- Généralités
- 3. Séries à termes
 - 3.1. Majoration des sommes
 - artielles 3.2. Comparaison des séries
 - 3. Exploitation des séries
- 3.4. Séries absolun convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'étu
 - 2. Comparaison rie-intégrale
- 4.3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
 - $ightharpoonup \sum u_n$ converge absolument si $\sum |u_n|$ converge
 - ▶ $\sum u_n$ converge absolument $\Rightarrow \sum u_n$ converge
 - La réciproque est fausse

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme: positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergence bsolue

⇒ Mener l'étu d'une série

- Problème:
- 2. Généralités
- 3. Séries à termes
- 3.1. Majoration des sommes
- partielles
- mes positifs Exploitation des séries d
- emann 4. Séries absolument
- 3.4. Séries absolur convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'
 - 2. Comparaison
- 4.3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue
 - $ightharpoonup \sum u_n$ converge absolument si $\sum |u_n|$ converge
 - $ightharpoonup \sum u_n$ converge absolument $\Rightarrow \sum u_n$ converge
 - La réciproque est fausse
 - $\hbox{ (Culture : } \forall \ \varphi: \mathbb{N} \to \mathbb{N} \ \hbox{bijective, } \sum_{n \in \mathbb{N}} u_{\varphi(n)} = \sum_{n \in \mathbb{N}} u_n \ \hbox{ssi il y a convergence absolue)}$

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann

⇒ Convergence bsolue

⇒ Mener l'ét d'une série

- Problèmes
- 2. Generalites
- 3. Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes
- 3.2. Comparaison des séries à
- 3.3. Exploitation des séries (
- 3.4. Séries absolumen
- 4. Plan d'étude d'u série et série de
- 4.1. Plan d'étu
 - 2. Comparaison
- 4.3. Séries de référence

Objectifs

- ⇒ Séries à termes positifs. Critère de Riemann
- ⇒ Convergence absolue

Pour le prochain cours

- Lecture du cours : chapitre 37 : Intégration
- Exercice : n°799, 802

Leçon 95 - Séries numériques

⇒ Séries à terme positifs. Critère de Riemann

- ⇒ Convergence absolue
- ⇒ Merier ret d'une série
- Problèmes
- z. denerances
- Séries à termes positifs
- 3.1. Majoration des sommes
 - .2. Comparaison des séries à
- ermes positifs 3.3. Exploitation des séries d
- 3.4. Séries absolume convergentes
- 4. Plan d'étude d'une série et série de référence
- 4.1. Plan d'étud
- 4.2. Comparaison série-intégrale
- 4.3. Séries de référence