

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Leçon 103 - Espaces euclidiens - Projecteurs orthogonaux

- Duahlàmaa
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projection
- 5.1. Supplémentaire orthogona
- 2. Projections orthogonal
- 3.3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonale

- ⇒ Projecteurs orthogonaux
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales

- 1. Problèmes
- 2. Définitions et règles de calcul
- 3. Orthogonalité
- 4. Cas de la dimension finie : espaces euclidiens
- 5. Projections orthogonales
 - 5.1. Supplémentaire orthogonal
 - 5.2. Projections orthogonales
 - 5.3. Distance à un sous-ensemble d'un espace préhilbertien
 - 5.4. Symétries orthogonales

on 103 - Espaces euclidiens

> Projecteurs

- Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidier
- 5. Projections
- orthogonales
- 5.1. Supplémentaire orthogonal
- .2. Projections orthogonales
- 3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonale

- ⇒ Projecteurs orthogonaux
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales

- 1. Problèmes
- 2. Définitions et règles de calcul
- 3. Orthogonalité
- 4. Cas de la dimension finie : espaces euclidiens
- 5. Projections orthogonales
 - 5.1. Supplémentaire orthogonal
 - 5.2. Projections orthogonales
 - 5.3. Distance à un sous-ensemble d'un espace préhilbertier
 - 5.4. Symétries orthogonales

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs
 thogonaux

- . Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4 Espaces euclidien
- 5. Proiections
- orthogonales
- 5.1. Supplémentaire orthogonal
 - 2. Projections orthogonales
- .3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonale

L'orthogonal est un supplémentaire

L'orthogonal est un supplémentaire (C.S. : ${\cal F}$ dimension finie)

Soit E un espace préhilbertien réel (pas nécessairement de dimension finie) et F un s.e.v de dimension finie de E. Alors $E = F \oplus F^{\perp}$.

eçon 103 - Espaces. euclidiens

- > Projecteurs
- ⇒ Distance et symétries orthogonales
- 1. Problèmes
- 2. Définitions
 - Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
- inogonales
- 5.2. Projections orthogonales
- .3. Distance
- 5.4 Symétries orthogonales

L'orthogonal est un supplémentaire

L'orthogonal est un supplémentaire (C.S. : F dimension finie)

Soit E un espace préhilbertien réel (pas nécessairement de dimension finie) et F un s.e.v de dimension finie de E. Alors $E=F\oplus F^{\perp}$.

Démonstration

eçon 103 - Espaces euclidiens

- > Projecteurs
- ⇒ Distance e symétries orthogonales
- 1 Problèmes
- 2. Définitions
 - Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
- orthogonales
- 5.2. Projections orthogonales
- .3. Distance
- 5.4 Symétries orthogonales

Soit E un espace préhilbertien réel (pas nécessairement de dimension finie) et F un s.e.v de dimension finie de E. Alors $E=F\oplus F^{\perp}$.

Démonstration

Heuristique. LE supplémentaire

Un des problèmes de la notion de supplémentaire est la non-unicité de ceux-ci (E et F étant donné, il existe une infinité G_i tels que $E=F\oplus G_i$).

Parmi ceux-ci (les G_i) un a une propriété qui le rend unique et intéressant (dans le cas d'un espace préhilbertien).

Projecteurs rthogonaux

⇒ Distance e symétries orthogonales

. Problèmes

- 2. Définitions
- . Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens

5. Projections

- orthogonales

 5.1. Supplémentaire orthogona
- 5.2. Projections orthogonales
- 5.3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonale

Supplémentaire orthogonal

Définition - Supplémentaire orthogonal

Soit E un espace préhilbertien réel (pas nécessairement de dimension finie) et F un s.e.v de dimension finie de E. F^{\perp} est appelé LE supplémentaire orthogonal de F.

eçon 103 - Espaces euclidiens

- > Projecteurs
- ⇒ Distance e symétries
- 1. Problèmes
- 2. Définition
- 2 Outhoropolité
- 4 Espaces euclidiens
- _ _
- rthogonales
- 5.1. Supplémentaire orthogona
- 5.2. Projections orthogonales
- .3. Distance
- 5.4 Symétries orthogonales

Supplémentaire orthogonal

Définition - Supplémentaire orthogonal

Soit E un espace préhilbertien réel (pas nécessairement de dimension finie) et F un s.e.v de dimension finie de E. F^{\perp} est appelé LE supplémentaire orthogonal de F.

Proposition - Deux propriétés

Soit E un espace euclidien et F un s.e.v de E. Alors $\dim F^{\perp} = \dim E - \dim F$ $(F^{\perp})^{\perp} = F$

eçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs thogonaux

- 1. Problèmes
- 2. Définitions
- Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
- orthogonales
- 5.1. Supplémentaire orthogonal
- 5.2. Projections orthogor
- 5.3. Distance
- i.4. Symétries orthogonales

Supplémentaire orthogonal

Définition - Supplémentaire orthogonal

Soit E un espace préhilbertien réel (pas nécessairement de dimension finie) et F un s.e.v de dimension finie de E. F^{\perp} est appelé LE supplémentaire orthogonal de F.

Proposition - Deux propriétés

Soit E un espace euclidien et F un s.e.v de E. Alors $\dim F^{\perp} = \dim E - \dim F$ $(F^{\perp})^{\perp} = F$

Démonstration

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs thogonaux

⇒ Distance ∈ symétries
orthogonales

1. Problèmes

2. Définitions

3. Orthogonalité

4. Espaces euclidiens

5. Projections

orthogonales

5.1. Supplémentaire orthogonal

5.2. Projections orth

i.3. Distance

- ⇒ Projecteurs orthogonaux
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales

- 1. Problèmes
- 2. Définitions et règles de calcul
- 3. Orthogonalité
- 4. Cas de la dimension finie : espaces euclidiens
- 5. Projections orthogonales
 - 5.1. Supplémentaire orthogonal
 - 5.2. Projections orthogonales
 - 5.3. Distance à un sous-ensemble d'un espace préhilbertien
 - 5.4. Symétries orthogonales

eçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs

- Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4 Fenaces euclidien
- 5. Projections
- orthogonales
- 5.1. Supplémentaire orthogona
- 5.2. Projections orthogonales
 - 3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonales

Projecteur orthogonal

Définition - Projection orthogonale

Soit F un s.e.v de dimension finie de E préhilbertien réel. On appelle projecteur orthogonal (projection orthogonale) sur F le projecteur sur F de direction F^{\perp} .

eçon 103 - Espaces. euclidiens

- Projecteurs
 rthogonaux
- ⇒ Distance e symétries orthogonales
- 1. Problèmes
- 2. Définitions
 - Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 4. Espaces cachaien
- Projections orthogonales
 - 1 Supplémentaire arthogons
 - Supplémentaire orthogona
 - 2. Projections orthogona
 - .3. Distance
- 5.4 Symétries orthogonales

Projecteur orthogonal

Définition - Projection orthogonale

Soit F un s.e.v de dimension finie de E préhilbertien réel. On appelle projecteur orthogonal (projection orthogonale) sur F le projecteur sur F de direction F^{\perp} .

Remarque Exprimer explicitement la projection

eçon 103 - Espaces. euclidiens

- Projecteurs
 rthogonaux
- ⇒ Distance e symétries
- 1. Problèmes
- Définitions
- . Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
- orthogonales
- 5.1. Supplémentaire orthogona
- 5.2. Projections orthogonales
- 3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonales

Expression du projecteur orthogonal

Proposition - Expression du projecteur

Soit p_F le projecteur orthogonal sur F.

Si
$$\mathscr{B} = (e_1, \dots, e_p)$$
 b.o.n de F alors

$$\forall x \in E, \, p_F(x) = \sum_{i=1}^p \langle x \, | \, e_i \rangle e_i \quad \text{ et } y = p_F(x) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \in F \\ x - y \in F^{\perp} \end{array} \right.$$

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs
 rthogonaux

- 1. Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
- orthogonales
- 5.2. Projections orthogonales
- .3. Distance
- 5.4 Symétries orthogonales

Expression du projecteur orthogonal

Proposition - Expression du projecteur

Soit p_F le projecteur orthogonal sur F.

Si
$$\mathscr{B} = (e_1, \dots, e_p)$$
 b.o.n de F alors

$$\forall x \in E, \, p_F(x) = \sum_{i=1}^p \langle x \, | \, e_i \rangle e_i \quad \text{ et } y = p_F(x) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \in F \\ x - y \in F^{\perp} \end{array} \right.$$

Remarque Déjà vu?

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs
 rthogonaux

- 1. Problèmes
- Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
- orthogonales
 - .1. Supplementaire orthogona
 - 5.2. Projections orthogonales
 - 3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonales

Expression du projecteur orthogonal

Proposition - Expression du projecteur

Soit p_F le projecteur orthogonal sur F.

Si
$$\mathscr{B} = (e_1, \dots, e_p)$$
 b.o.n de F alors

$$\forall x \in E, \, p_F(x) = \sum_{i=1}^p \langle x \, | \, e_i \rangle e_i \quad \text{ et } y = p_F(x) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \in F \\ x - y \in F^{\perp} \end{array} \right.$$

Remarque Déjà vu?

Démonstration

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs
 rthogonaux

- 1. Problèmes
- Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
 - 5 1. Sunnlámentaire orthogor
 - 5.2. Projections orthogonales
 - 3. Distance
 - 5.4. Symétries orthogonales

Corollaire - Cas particuliers

Soit E, un espace préhilbertien réel

1. Si F = vect(e) est une droite, alors

$$p_F(x) = \left\langle x \middle| \frac{e}{\|e\|} \right\rangle \frac{e}{\|e\|} = \frac{\left\langle x \middle| e \right\rangle}{\|e\|^2} e.$$

2. Si F est un hyperplan de E de dimension finie, alors

$$F^{\perp} = \operatorname{vect}(e)$$
 est une droite et $p_F(x) = x - \left\langle x | \frac{e}{\|e\|} \right\rangle \frac{e}{\|e\|}$.

Soit E, un espace préhilbertien réel

1. Si F = vect(e) est une droite, alors

$$p_F(x) = \left\langle x | \frac{e}{\|e\|} \right\rangle \frac{e}{\|e\|} = \frac{\langle x | e \rangle}{\|e\|^2} e.$$

2. Si F est un hyperplan de E de dimension finie, alors

$$F^{\perp} = \text{vect}(e)$$
 est une droite et $p_F(x) = x - \left\langle x | \frac{e}{\|e\|} \right\rangle \frac{e}{\|e\|}$.

Démonstration

- Projecteurs thogonaux
- ⇒ Distance e symétries orthogonales
- 1. Problèmes
- Définitions
 - . Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- orthogonales
- 51 Supplémentaire orthogona
- 5.1. Supplémentaire orthogona
 - 2. Projections orthogor
- .3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonales

Applications

Exercice

Déterminer la matrice dans la base canonique de \mathbb{R}^3 de la projection orthogonale sur le plan F d'équation x+y-2z=0.

Leçon 103 - Espaces euclidiens

- Projecteurs
- ⇒ Distance et symétries
- 1. Problèmes
- Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
 - inogoriales
 - 2. Projections orthogonales
 - Distance
 - .3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonales

- ⇒ Projecteurs orthogonaux
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales

- 1. Problèmes
- 2. Définitions et règles de calcul
- 3. Orthogonalité
- 4. Cas de la dimension finie : espaces euclidiens
- 5. Projections orthogonales
 - 5.1. Supplémentaire orthogonal
 - 5.2. Projections orthogonales
 - 5.3. Distance à un sous-ensemble d'un espace préhilbertien
 - 5.4. Symétries orthogonales

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs

- . Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidien
- 5. Projections
- orthogonales
- .1. Supplémentaire orthogona
- Projections orthogonal
- .3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonale

Soient $x \in E$ et A une partie de E. L'ensemble $\{d(x,z); z \in A\}$ est une partie non vide de \mathbb{R} , minorée par 0, qui admet donc une borne inférieure, appelée distance de x à A:

$$d(x,A) = \inf_{z \in A} \|x - z\|$$

- Projecteurs
 rthogonaux
- ⇒ Distance e symétries
- Problèmes
- 2. Définitions
 - . Orthogonalité
 - 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
- orthogonales
- 5.2. Projections orthogonales
- 5.3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonales

Soient $x \in E$ et A une partie de E. L'ensemble $\{d(x,z); z \in A\}$ est une partie non vide de \mathbb{R} , minorée par 0, qui admet donc une borne inférieure, appelée distance de x à A:

$$d(x,A) = \inf_{z \in A} \|x - z\|$$

Théorème - Meilleure approximation

Soient E un espace préhilbertien réel, F un s.e.v de dimension finie de E et p_F la projection orthogonale sur F. Soit $x \in E$, alors

$$y = p_F(x) \iff \begin{cases} y \in F \\ \forall z \in F, ||x - y|| \le ||x - z|| \end{cases}$$
$$\iff \begin{cases} y \in F \\ ||x - y|| = d(x, F) \end{cases}$$

- Projecteurs
 rthogonaux
- symétries orthogonales
- Problèmes
- Définitions
- 3. Orthogonalité
- Espaces euclidiens
- orthogonales
 - 5.1. Supplémentaire orthogonal
 - 5.2. Projections orthogonales
- 5.3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonales

Soient $x \in E$ et A une partie de E. L'ensemble $\{d(x,z); z \in A\}$ est une partie non vide de \mathbb{R} , minorée par 0, qui admet donc une borne inférieure, appelée distance de x à A:

$$d(x,A) = \inf_{z \in A} \|x - z\|$$

Théorème - Meilleure approximation

Soient E un espace préhilbertien réel, F un s.e.v de dimension finie de E et p_F la projection orthogonale sur F. Soit $x \in E$, alors

$$y = p_F(x) \iff \begin{cases} y \in F \\ \forall z \in F, ||x - y|| \le ||x - z|| \end{cases}$$
$$\iff \begin{cases} y \in F \\ ||x - y|| = d(x, F) \end{cases}$$

Remarque Interprétation

⇒ Projecteurs rthogonaux

symétries

- Problèmes
- 2. Definitions
- 3. Orthogonalité
- Espaces euclidiens
- orthogonales
 - 5.1. Supplémentaire orthogona
 - 5.2. Projections orthogonales
- 5.3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonale

Définition - distance à un sous-ensemble

Soient $x \in E$ et A une partie de E. L'ensemble $\{d(x,z); z \in A\}$ est une partie non vide de \mathbb{R} , minorée par 0, qui admet donc une borne inférieure, appelée distance de x à A:

$$d(x,A) = \inf_{z \in A} \|x - z\|$$

Théorème - Meilleure approximation

Soient E un espace préhilbertien réel, F un s.e.v de dimension finie de E et p_F la projection orthogonale sur F. Soit $x \in E$, alors

$$y = p_F(x) \iff \begin{cases} y \in F \\ \forall z \in F, ||x - y|| \le ||x - z|| \end{cases}$$
$$\iff \begin{cases} y \in F \\ ||x - y|| = d(x, F) \end{cases}$$

Remarque Interprétation

Démonstration

> Projecteurs rthogonaux

- Problèmes
- Définitions
- 3. Orthogonalité
- Espaces euclidiens
- orthogonales
 - 5.1. Supplémentaire orthogona 6.2. Projections orthogonales
 - 3. Distance
- J.J. Distance
- 5.4. Symétries orthogonale

Application

surtout F

Savoir-faire. Minimiser une forme quadratique

De manière générale, dans ce contexte, on ne cherche pas le minimum d'une norme, mais bien d'une norme au carré (forme quadratique) qui dérive du produit scalaire canonique. L'enjeu : reconnaître le produit scalaire et les espaces E et

Leçon 103 - Espaces euclidiens

- Projecteurs
 rthogonaux
- ⇒ Distance e symétries
- 1. Problèmes
- 2. Définitions
 - Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
 - rinogonales
 - 5.1. Supplementaire orthogona
 - 3. Distance
 - 5.3. Distance

Savoir-faire. Minimiser une forme quadratique

De manière générale, dans ce contexte, on ne cherche pas le minimum d'une norme, mais bien d'une norme au carré (forme quadratique) qui dérive du produit scalaire canonique.

L'enjeu : reconnaître le produit scalaire et les espaces E et surtout F

Exercice

Soit
$$f(x, y) = (x + y - 2)^2 + (x - y - 2)^2 + (2x + y)^2$$
.

Montrer que f admet un minimum sur \mathbb{R}^2 que l'on déterminera.

Exercice

On se donne quatre points A(1,0), B(0,1), C(3,4), D(-1,-1). Déterminer la droite \mathcal{D} d'équation y = ax + b telle que si A',B',C',D' sont les projetés de A,B,C,D sur $\mathscr D$ parallèlement à l'axe Oy, alors $S_{a,b} = AA'^2 + BB'^2 + CC'^2 + DD'^2$ soit minimale.

Comment généraliser cette méthode?...

- ⇒ Projecteurs orthogonaux
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales

- 1. Problèmes
- 2. Définitions et règles de calcul
- 3. Orthogonalité
- 4. Cas de la dimension finie : espaces euclidiens
- 5. Projections orthogonales
 - 5.1. Supplémentaire orthogonal
 - 5.2. Projections orthogonales
 - 5.3. Distance à un sous-ensemble d'un espace préhilbertier
 - 5.4. Symétries orthogonales

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs
 thogonaux

- . Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidien
- 5. Projections
- finogonales
- Projections orthogonal
- 3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonales

Symétrie orthogonale

Définition - Symétrie orthogonale

Soient E espace préhilbertien réel, F s.e.v de dimension finie de E.

On appelle symétrie orthogonale par rapport à F la symétrie par rapport à F de direction F^{\perp} .

On a $s_F = 2p_F - Id_E$ où p_F est la projection orthogonale sur F.

eçon 103 - Espaces. euclidiens

- Projecteurs
- ⇒ Distance e symétries orthogonales
- 1. Problèmes
- Définitions
- 3 Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
 - i.1. Supplémentaire orthogona
 - 2. Projections orthogonales
 - 3. Distance
- 5.4 Symétries orthogonales

Soient E espace préhilbertien réel, F s.e.v de dimension finie de E.

On appelle symétrie orthogonale par rapport à F la symétrie par rapport à F de direction F^{\perp} .

On a $s_F = 2p_F - Id_E$ où p_F est la projection orthogonale sur F.

Proposition - CNS de symétrie orthogonale

 $s \in \mathcal{L}(E)$ est une symétrie orthogonale si et seulement si $s \circ s = Id_E$ et Ker $(s - Id_E) \perp \text{Ker } (s + Id_E)$

Définition - Symétrie orthogonale

E. On appelle symétrie orthogonale par rapport à F la symétrie par

Soient E espace préhilbertien réel, F s.e.v de dimension finie de

rapport à F de direction F^{\perp} .

On a $s_F = 2p_F - Id_E$ où p_F est la projection orthogonale sur F.

Proposition - CNS de symétrie orthogonale

 $s \in \mathcal{L}(E)$ est une symétrie orthogonale si et seulement si $s \circ s = Id_E$ et Ker $(s - Id_E) \perp \text{Ker } (s + Id_E)$

Démonstration

Reflexion

Définition - Réflexion

On appelle réflexion toute symétrie orthogonale par rapport à un hyperplan de ${\cal E}$.

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs
 rthogonaux

symétries

- 1. Problème
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5 Businesians
- orthogonales
- i.1. Supplémentaire orthogona
- 5.2. Projections orthogonales
- 3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonales

Objectifs

- ⇒ Projecteurs orthogonaux, distance et symétries orthogonales
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales

Leçon 103 - Espaces euclidiens

⇒ Projecteur rthogonaux

- . Problèmes
- 2. Définitions
- 3 Orthogonalite
- 4 Espaces euclidien
- Duninations
- rthogonales
- 1. Supplémentaire orthogona
- .2. Projections orthogonales
- 3. Distance
- 5.4 Symátries orthogonales

- ⇒ Projecteurs orthogonaux, distance et symétries orthogonales
 - ▶ On a $E = F \oplus F^{\perp}$ (si F est de dimension finie).

Projecteurs

- . Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
 - Supplémentaire orthogon
- 5.2. Projections orthogonales
- .3. Distance
- 5.4 Symétries orthogonales

- ⇒ Projecteurs orthogonaux, distance et symétries orthogonales
 - ▶ On a $E = F \oplus F^{\perp}$ (si F est de dimension finie).
 - lacktriangle Projection orthogonale : LA projection sur F de direction F^{\perp} .

Projecteurs

- . Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
 - Supplémentaire orthogona
- 5.2. Projections orthogonales
- 3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonales

- ▶ On a $E = F \oplus F^{\perp}$ (si F est de dimension finie).
- lacksquare Projection orthogonale : LA projection sur F de direction F^{\perp} .
- ▶ Un intérêt si *F* est de dimension finie : *p* est explicite.

$$p(x) = \sum_{i=1}^p \langle x \, | \, e_i \rangle e_i \text{ avec } (e_1, e_2, \dots e_p) \text{ b.o.n. de } F$$

- ⇒ Distance et symétries
- orthogonales
- . Problèmes
- 2. Definitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections orthogonales
 - 5.1. Supplémentaire orthogona
 - . Projections orthogonal
 - l. Distance
 - 5.4. Symétries orthogonales

Objectifs

- ⇒ Projecteurs orthogonaux, distance et symétries orthogonales
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales

Leçon 103 - Espaces euclidiens

⇒ Projecteur rthogonaux

- . Problèmes
- 2. Définitions
- 3 Orthogonalite
- 4 Espaces euclidien
- Duninations
- rthogonales
- 1. Supplémentaire orthogona
- .2. Projections orthogonales
- 3. Distance
- 5.4 Symátries orthogonales

Objectifs

- ⇒ Projecteurs orthogonaux, distance et symétries orthogonales
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales
 - Distance à un ev : $d(x,F) = \inf_{y \in F} \|x y\|$. Elle est atteinte en $y = p_{\perp}(x) \Rightarrow$ Un gros savoir-faire technique (et calculatoire).

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs

- . Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
 - Supplémentaire orthogon
- 5.2. Projections orthogonales
- 3. Distance
- 5.4 Symétries orthogonales

Objectifs

- \Rightarrow Projecteurs orthogonaux, distance et symétries orthogonales
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales
 - Distance à un ev : $d(x,F) = \inf_{y \in F} \|x-y\|$. Elle est atteinte en $y = p_{\perp}(x) \Rightarrow$ Un gros savoir-faire technique (et calculatoire).
 - lacksquare Symétrie orthogonale : LA symétrie d'axe F de direction F^\perp .

Leçon 103 - Espaces euclidiens

Projecteurs

- 1. Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
 - Supplémentaire orthogon
- .2. Projections orthogonales
- 3. Distance
- 5.4 Symétries orthogonales

Objectifs

- ⇒ Projecteurs orthogonaux, distance et symétries orthogonales
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales
 - ▶ Distance à un ev : $d(x,F) = \inf_{y \in F} ||x y||$. Elle est atteinte en $y = p_{\perp}(x) \Rightarrow$ Un gros savoir-faire technique (et calculatoire).
 - Symétrie orthogonale : LA symétrie d'axe F de direction F^{\perp} .
 - Un intérêt si F est de dimension finie : s est explicite.

$$s(x) = 2\sum_{i=1}^{p} \langle x | e_i \rangle e_i - x$$
 avec $(e_1, e_2, \dots e_p)$ b.o.n. de F

Lecon 103 - Espaces euclidiens

Objectifs

- ⇒ Projecteurs orthogonaux, distance et symétries orthogonales
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales
 - Distance à un ev : $d(x,F) = \inf_{y \in F} \|x y\|$. Elle est atteinte en $y = p_{\perp}(x) \Rightarrow$ Un gros savoir-faire technique (et calculatoire).
 - lacksquare Symétrie orthogonale : LA symétrie d'axe F de direction F^\perp .
 - ightharpoonup Un intérêt si F est de dimension finie : s est explicite.

$$s(x) = 2\sum_{i=1}^{p} \langle x | e_i \rangle e_i - x$$
 avec $(e_1, e_2, \dots e_p)$ b.o.n. de F

Une réflexion est une symétrie orthogonale par rapport à un hyperplan.

- ⇒ Projecteur rthogonaux
- ⇒ Distance e symétries orthogonales
- 1. Problèmes
- 2. Définitions
- 3. Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections orthogonales
 - 5.1. Supplémentaire orthogonal
 - Projections orthogon
 - 3. Distance
- 5.4. Symétries orthogonale

Objectifs

- ⇒ Projecteurs orthogonaux, distance et symétries orthogonales
- ⇒ Applications : distance et symétries orthogonales

Pour le prochain cours

- Lecture du cours : chapitre 28 : Espaces euclidiens
 6. Hyperplans vectoriels affines
- Exercice n° 560

Leçon 103 - Espaces euclidiens

- Projecteurs
 thogonaux
- ⇒ Distance € symétries orthogonales
- 1. Problèmes
- 2. Définitions
- Orthogonalité
- 4. Espaces euclidiens
- 5. Projections
 - i.1. Supplémentaire orthogona
 - .2. Projections orthogonales
 - 3. Distance
 - 5.4. Symétries orthogonales