Leçon 1 - Equations polynomiales

2 septembre 2025

⇒ Polynômes

⇒ Géométrie

⇒ **Polynômes**

⇒ **Géométrie**

Problèmes

Problème Kwarizmi

Résoudre, comme El Kwarizmi, l'équation $x^2 + 10x = 39$ en exploitant que des méthodes géométriques (calcul d'aire, nombres positifs...)

Problèmes

Problème Kwarizmi
Résoudre, comme El Kwarizmi, l'équation $x^2 + 10x = 39$ en exploitant que des méthodes géométriques (calcul d'aire, nombres positifs...)

Problème Mauvais vers italiens

Problèmes

Problème Kwarizmi
Résoudre, comme El Kwarizmi, l'équation $x^2 + 10x = 39$ en exploitant que des méthodes géométriques (calcul d'aire, nombres positifs...)

Problème Mauvais vers italiens

Problème Tartaglia et Cardan
Trouver toutes les solutions de l'équation $x^3 + 6x = 20$.

Problèmes

Problème Polynôme de degré 2 et représentation graphique
Représenter la courbe d'équation $y = ax^2 + bx + c$.
On fera la différence entre $a > 0$ et $a < 0$. On notera en particulier les coordonnées du sommet.

Problèmes

Problème Polynôme de degré 2 et représentation graphique
Représenter la courbe d'équation $y = ax^2 + bx + c$.
On fera la différence entre $a > 0$ et $a < 0$. On notera en particulier les coordonnées du sommet.

Problème Chercher à côté...
Si $f(x_0) = 0,001$, comment trouver une racine de f ?

Problèmes

Problème Polynôme de degré 2 et représentation graphique
Représenter la courbe d'équation $y = ax^2 + bx + c$.
On fera la différence entre $a > 0$ et $a < 0$. On notera en particulier les coordonnées du sommet.

Problème Chercher à côté...
Si $f(x_0) = 0,001$, comment trouver une racine de f ?

Problème Formule de Taylor et développement limité
Soit $f : x \mapsto a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$, polynomiale de degré n.
Pour tout $k \in \mathbb{N}$, exprimer $f^{(k)}(0)$ en fonction des nombres (a_i) qui définissent la fonction polynomiale.
$f^{(k)}(0)$ *est la valeur en* 0 *de la* k^e*dérivée de la fonction* f.

⇒ Polynômes

⇒ Géométrie

Résoudre une équation

Principe : On appelle équation, une relation calculatoire avec des objets inconnues i.e. à expliciter, définies à partir d'une ou plusieurs relation(s) calculatoire(s).

Résoudre une équation

Principe : On appelle équation, une relation calculatoire avec des objets inconnues i.e. à expliciter, définies à partir d'une ou plusieurs relation(s) calculatoire(s).

Définition - Résoudre une équation

Soit E un ensemble (souvent $E = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ ou $\mathbb{R}^p \dots$, mais pas uniquement).
Soit une application $f : E \to \mathbb{C}$ et $b \in \mathbb{C}$.
On dit qu'on résout l'équation $f(x) = b$, d'inconnue $x \in E$, lorsqu'on trouve tous les « nombres » $x \in E$ tel que $f(x) = b$.

Résoudre une équation

Principe : On appelle équation, une relation calculatoire avec des objets inconnues i.e. à expliciter, définies à partir d'une ou plusieurs relation(s) calculatoire(s).

Définition - Résoudre une équation

Soit E un ensemble (souvent $E = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ ou $\mathbb{R}^p \dots$, mais pas uniquement).
Soit une application $f : E \to \mathbb{C}$ et $b \in \mathbb{C}$.
On dit qu'on résout l'équation $f(x) = b$, d'inconnue $x \in E$, lorsqu'on trouve tous les « nombres »$x \in E$ tel que $f(x) = b$.

On parle d'antécédent de b par f.

Résoudre une équation

Principe : On appelle équation, une relation calculatoire avec des objets inconnues i.e. à expliciter, définies à partir d'une ou plusieurs relation(s) calculatoire(s).

Définition - Résoudre une équation

Soit E un ensemble (souvent $E = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ ou $\mathbb{R}^p \ldots$, mais pas uniquement).
Soit une application $f : E \to \mathbb{C}$ et $b \in \mathbb{C}$.
On dit qu'on résout l'équation $f(x) = b$, d'inconnue $x \in E$, lorsqu'on trouve tous les « nombres »$x \in E$ tel que $f(x) = b$.

On parle d'antécédent de b par f.
Remarque Il n'existe qu'une méthode infaillible pour résoudre une équation : Faire l'essai

Résoudre une équation

Principe : On appelle équation, une relation calculatoire avec des objets inconnues i.e. à expliciter, définies à partir d'une ou plusieurs relation(s) calculatoire(s).

Définition - Résoudre une équation

Soit E un ensemble (souvent $E = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ ou $\mathbb{R}^p \ldots$, mais pas uniquement).
Soit une application $f : E \to \mathbb{C}$ et $b \in \mathbb{C}$.
On dit qu'on résout l'équation $f(x) = b$, d'inconnue $x \in E$, lorsqu'on trouve tous les « nombres » $x \in E$ tel que $f(x) = b$.

On parle d'antécédent de b par f.
Remarque Il n'existe qu'une méthode infaillible pour résoudre une équation : Faire l'essai

Mais ! Pourquoi des équations polynomiales ?

⇒ **Polynômes**

⇒ **Géométrie**

Algebra Nova

Heuristique - Généralisation avec des lettres

FRANÇOIS VIÈTE a l'idée fondamentale d'écrire des lettres $A, B, C, \ldots X$ pour les inconnues et les données d'un problème (ie. les connus !) et de faire les calculs algébriques. Dès lors, aucun problème des anciens Grecs ne semble résister au schéma :

$$\begin{matrix}\text{Problème} & & \text{Problème} & & \\ \text{géométrique} & \xrightarrow{\textit{mêmes lettres}} & \text{algèbrique} & \xrightarrow{\textit{calculs}} & \text{Solution}\end{matrix}$$

et Viète écrit en majuscules : « *NVLLVM NON PROBLEMA SOLVERE* ».

Saut historique

Définition - Fonction polynomiale (d'une variable)

On dit que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est une application polynomiale s'il existe $n \in \mathbb{N}$ et $a_0, a_1, \dots a_n \in \mathbb{R}$ (voire $\mathbb{C}$) tels que :

pour tout réel x, $f(x)$ est obtenu par le calcul $\sum_{k=0}^{n} a_k x^k$.

On note $f : x \mapsto \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$.

Saut historique

Définition - Fonction polynomiale (d'une variable)

On dit que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est une application polynomiale s'il existe $n \in \mathbb{N}$ et $a_0, a_1, \ldots a_n \in \mathbb{R}$ (voire $\mathbb{C}$) tels que :

pour tout réel x, $f(x)$ est obtenu par le calcul $\sum_{k=0}^{n} a_k x^k$.

On note $f : x \mapsto \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$.

Remarque Un unique type de calcul, pour tout x.

Saut historique

Cette définition s'étend au cas de plusieurs variables

Définition - Polynôme de plusieurs variables

On appelle fonction polynomiale de p variables (abrégé ici en « polynôme de p variables ») une fonction de la forme :

$$f_p : (x_1, x_2, \dots x_p) \mapsto \sum_{(k_1,\dots k_p)\in\mathbb{N}^p}^{n} a_{k_1,k_2,\dots k_p} \prod_{i=1}^{p} x_i^{k_i}$$

(nombre de termes fini)
où pour tout $(k_1, \dots k_p) \in \mathbb{N}^p$, $a_{k_1,k_2,\dots k_p} \in \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$) ;
Il s'agit d'une C.L. finie de puissances entières des $x_1, \dots x_p$.
La somme et le produit de deux fonctions polynomiale est une fonction polynomiale.
On appelle degré de f_p : $\max\{k_1 + k_2 + \cdots + k_p \mid a_{k_1,k_2,\dots k_p} \neq 0\}$.
Si f n'a qu'une variable, $\deg(f) = \max\{n \in \mathbb{N},\ \text{tel que } a_n \neq 0\}$.

Saut historique

Cette définition s'étend au cas de plusieurs variables

Définition - Polynôme de plusieurs variables

On appelle fonction polynomiale de p variables (abrégé ici en « polynôme de p variables ») une fonction de la forme :

$$f_p : (x_1, x_2, \dots x_p) \mapsto \sum_{(k_1,\dots k_p)\in\mathbb{N}^p}^{n} a_{k_1,k_2,\dots k_p} \prod_{i=1}^{p} x_i^{k_i}$$

(nombre de termes fini)

où pour tout $(k_1,\dots k_p) \in \mathbb{N}^p$, $a_{k_1,k_2,\dots k_p} \in \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$) ;

Il s'agit d'une C.L. finie de puissances entières des $x_1,\dots x_p$.

La somme et le produit de deux fonctions polynomiale est une fonction polynomiale.

On appelle degré de f_p : $\max\{k_1+k_2+\cdots+k_p \mid a_{k_1,k_2,\dots k_p} \neq 0\}$.

Si f n'a qu'une variable, $\deg(f) = \max\{n \in \mathbb{N}, \text{ tel que } a_n \neq 0\}$.

Exemple $f : (x,y,z) \mapsto 3x^2y - 2xyz - xz^2$

Vocabulaire

On donne un peu de vocabulaire et une notation bien pratique, même si historiquement cela s'est fait beaucoup plus tardivement...

Vocabulaire

On donne un peu de vocabulaire et une notation bien pratique, même si historiquement cela s'est fait beaucoup plus tardivement...

Analyse Unicité d'écriture

Vocabulaire

On donne un peu de vocabulaire et une notation bien pratique, même si historiquement cela s'est fait beaucoup plus tardivement. . .

Analyse Unicité d'écriture

Ainsi, par contraposée : si deux écritures polynomiales donne une même fonction, c'est nécessairement la même écriture !

Définition - Degré et $[f]_k$

Soit f une application polynomiale. Alors son écriture est unique. Ainsi, il existe un unique $n \in \mathbb{N}$ et un unique $(n+1)$-uplet de réels $(a_0, a_1, \ldots, a_n)$ tels que $f : x \mapsto \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$.

Le nombre entier n s'appelle le degré de la fonction polynomiale f.

$a_n x^n$ s'appelle le terme dominant de la fonction polynomiale f.

Et on aura pour habitude de noter $[f]_k$, le k-ième coefficient a_k (devant x^k) dans l'écriture de f.

⇒ Polynômes

⇒ Géométrie

Visualisation

Heuristique. Algèbre et géométrie

La motivation est ici GEOMETRIQUE. Une nouvelle façon de concevoir le problème est de maintenant lui donné un sens géométrique et en particulier de donner à $\mathbb{R}$ le sens du continu (comme une droite) et à $f(\mathbb{R})$ une déformation continue de $\mathbb{R}$.

Visualisation

Heuristique. Algèbre et géométrie

La motivation est ici GEOMETRIQUE. Une nouvelle façon de concevoir le problème est de maintenant lui donné un sens géométrique et en particulier de donner à $\mathbb{R}$ le sens du continu (comme une droite) et à $f(\mathbb{R})$ une déformation continue de $\mathbb{R}$.

En mathématique, l'apport principal de Descartes a consisté à donner une vision géométrique à l'algèbre et une approche calculatoire à la géométrie (de l'ordre de la précision du langage). C'est une véritable révolution.

Représentation graphique

Définition - Graphe dans $\mathbb{R}^2$

Soit $H : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.
On note $\Gamma_H = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid H(x,y) = 0\}$, une sous-partie de $\mathbb{R}^2$.
On dit que $H(x,y) = 0$ est une équation du graphe Γ.

Représentation graphique

Définition - Graphe dans $\mathbb{R}^2$

Soit $H : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.
On note $\Gamma_H = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid H(x,y) = 0\}$, une sous-partie de $\mathbb{R}^2$.
On dit que $H(x,y) = 0$ est une équation du graphe Γ.

Sans condition supplémentaire sur H, Γ peut être très variés.
Exemple Folium de Descartes
Courbe $\mathscr{F}$ d'équation $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ (cubique).

Représentation graphique

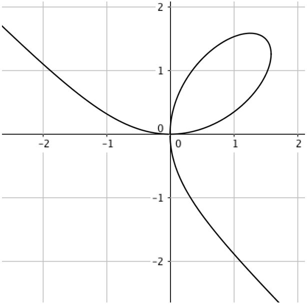
Définition - Graphe dans $\mathbb{R}^2$

Soit $H : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.
On note $\Gamma_H = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid H(x,y) = 0\}$, une sous-partie de $\mathbb{R}^2$.
On dit que $H(x,y) = 0$ est une équation du graphe Γ.

Sans condition supplémentaire sur H, Γ peut être très variés.

Exemple Folium de Descartes

Courbe $\mathscr{F}$ d'équation $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ (cubique).



Représentation graphique

Définition - Exemple. Graphe d'une fonction

Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, on appelle representation graphique de f (ou graphe de f), la courbe $\mathscr{C}$ d'équation $y=f(x)$

Représentation graphique

Définition - Exemple. Graphe d'une fonction

Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, on appelle representation graphique de f (ou graphe de f), la courbe $\mathscr{C}$ d'équation $y = f(x)$

Dans ce cas $H : (x, y) \mapsto y - f(x)$. Une telle courbe ne peut « revenir en arrière ». En effet, cela signifierait qu'un nombre x_0 aurait deux images.

Représentation des fonctions polynomiales

Heuristique - Réprésentation

La représentation d'une fonction polynomiale $x \mapsto \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ est continue.
Cette fonction polynomiale est de degré n, donc admet au plus n racines (de l'équation polynomiale).
Par dérivation (que l'on expliquera plus loin), il y a également au plus n sens de variation différents. . .

Représentation des fonctions polynomiales

Heuristique - Réprésentation

La représentation d'une fonction polynomiale $x \mapsto \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ est continue.
Cette fonction polynomiale est de degré n, donc admet au plus n racines (de l'équation polynomiale).
Par dérivation (que l'on expliquera plus loin), il y a également au plus n sens de variation différents...

<u>Exercice</u>

Donner l'exemple d'une fonction polynomiale de degré 4 n'ayant que deux sens de variations différentes

Représentation des fonctions polynomiales

Heuristique - Réprésentation

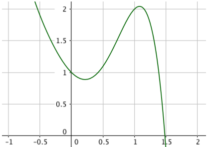
La représentation d'une fonction polynomiale $x \mapsto \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ est continue.
Cette fonction polynomiale est de degré n, donc admet au plus n racines (de l'équation polynomiale).
Par dérivation (que l'on expliquera plus loin), il y a également au plus n sens de variation différents…

Exercice

Donner l'exemple d'une fonction polynomiale de degré 4 n'ayant que deux sens de variations différentes

Exercice

Quel est le degré (minimal) de la fonction polynomiale dont la représentation graphique est donnée par :



Invariance géométrique par translation

Proposition - Translation

La courbe Γ présente une invariance par translation de vecteur $\overrightarrow{u} = T\overrightarrow{i}$, si et seulement si,

on a l'équivalence : $H(x,y)=0 \Longleftrightarrow H(x+2T,y)=0$

Invariance géométrique par translation

Proposition - Translation

La courbe Γ présente une invariance par translation de vecteur $\overrightarrow{u} = T\overrightarrow{i}$, si et seulement si,

on a l'équivalence : $H(x,y) = 0 \Longleftrightarrow H(x+2T,y) = 0$

Remarque Qui sont x et y ?

Invariance géométrique par translation

Proposition - Translation

La courbe Γ présente une invariance par translation de vecteur $\overrightarrow{u} = T\overrightarrow{i}$, si et seulement si,

on a l'équivalence : $H(x,y) = 0 \Longleftrightarrow H(x+2T,y) = 0$

Remarque Qui sont x et y ?

Savoir-faire. Graphe d'une fonction $y = f(x)$ (translation)

Dans le cas particulier d'une fonction, $\mathscr{C}_f$ présente une invariance par translation du vecteur $\overrightarrow{u} = T\overrightarrow{i}$ si et seulement si $\forall\ x \in \mathscr{D}_f$, $f(x+T) = f(x)$. On dit que f est T-périodique.

En particulier $\cos$ et $\sin$ sont 2π-périodique.

Invariance géométrique par symétrie axiale

Analyse Symétrie axiale, centrale

Invariance géométrique par symétrie axiale

Analyse Symétrie axiale, centrale

Proposition - Symétrie axiale

La courbe Γ présente une symétrie axiale d'axe $x = x_0$, si et seulement si,

on a l'équivalence : $H(x,y) = 0 \Longleftrightarrow H(2x_0 - x, y) = 0$

Invariance géométrique par symétrie axiale

Analyse Symétrie axiale, centrale

Proposition - Symétrie axiale

La courbe Γ présente une symétrie axiale d'axe $x = x_0$, si et seulement si,

on a l'équivalence : $H(x,y) = 0 \Longleftrightarrow H(2x_0 - x, y) = 0$

Savoir-faire. Graphe d'une fonction $y = f(x)$ (translation)

Dans le cas particulier d'une fonction, $\mathscr{C}_f$ présente une symétrie axiale $x = x_0$ si et seulement si $\forall\ x \in \mathscr{D}_f$, $f(2x_0 - x) = f(x)$.
En particulier pour $x_0 = 0$, on a la caractérisation $f(-x) = f(x)$.
On dit que f est paire (comme $x \mapsto x^2$)

Invariance géométrique par symétrie centrale

Une symétrie centrale de centre $M_0(x_0, y_0)$ est la composition d'une symétrie d'axe $x = x_0$ et d'axe $y = y_0$.

Invariance géométrique par symétrie centrale

Une symétrie centrale de centre $M_0(x_0, y_0)$ est la composition d'une symétrie d'axe $x = x_0$ et d'axe $y = y_0$.

Proposition - Symétrie centrale

La courbe Γ présente une symétrie centrale de centre $M(x_0, y_0)$, si et seulement si, on a l'équivalence :

$$H(x,y) = 0 \Longleftrightarrow H(2x_0 - x, 2y_0 - y) = 0$$

Invariance géométrique par symétrie centrale

Une symétrie centrale de centre $M_0(x_0, y_0)$ est la composition d'une symétrie d'axe $x = x_0$ et d'axe $y = y_0$.

Proposition - Symétrie centrale

La courbe Γ présente une symétrie centrale de centre $M(x_0, y_0)$, si et seulement si, on a l'équivalence :
$H(x, y) = 0 \Longleftrightarrow H(2x_0 - x, 2y_0 - y) = 0$

Savoir-faire. Graphe d'une fonction $y = f(x)$ (translation)

Dans le cas particulier d'une fonction, $\mathscr{C}_f$ présente une symétrie axiale $x = x_0$ si et seulement si $\forall\ x \in \mathscr{D}_f$, $f(2x_0 - x) = 2y_0 - f(x)$.
En particulier pour $x_0 = y_0 = 0$, on a la caractérisation $f(-x) = -f(x)$. On dit que f est impaire (comme $x \mapsto x^3$)

Un astuce : démontrer par la géométrie ?

De manière générale, on ne démontre pas un résultat de calcul par une exploitation graphique, mais cela permet largement de vérifier une série de calculs.

Un astuce : démontrer par la géométrie ?

De manière générale, on ne démontre pas un résultat de calcul par une exploitation graphique, mais cela permet largement de vérifier une série de calculs.

Truc & Astuce pour le calcul. Transformer le résultat d'un calcul en une représentation visuelle

Depuis Descartes, l'algèbre et la géométrie sont totalement liés et il est possible de passer « du diable de l'algèbre à l'ange de la géométrie »(Hermann Weyl).
Il est donc important de savoir faire cette transformation : donner du sens géométrique à un calcul algébrique. On peut ainsi anticiper ou vérifier un résultat.

Un astuce : démontrer par la géométrie ?

De manière générale, on ne démontre pas un résultat de calcul par une exploitation graphique, mais cela permet largement de vérifier une série de calculs.

Truc & Astuce pour le calcul. Transformer le résultat d'un calcul en une représentation visuelle

Depuis Descartes, l'algèbre et la géométrie sont totalement liés et il est possible de passer « du diable de l'algèbre à l'ange de la géométrie »(Hermann Weyl).
Il est donc important de savoir faire cette transformation : donner du sens géométrique à un calcul algébrique. On peut ainsi anticiper ou vérifier un résultat.

Exercice

Montrer que le système $\left\{\begin{array}{rcl} x^2+y^2+2x-2y & = & 0 \\ x^2+y^2-4y+3 & = & 0 \end{array}\right.$ admet exactement deux solutions.

Changement de registre

Le changement de registre ici est une force si on sait bien l'employer, mais aussi un gros problème pour les élèves bloqués dans leur registre.

Changement de registre

Le changement de registre ici est une force si on sait bien l'employer, mais aussi un gros problème pour les élèves bloqués dans leur registre.

Truc & Astuce pour le calcul. Avec des fonctions

Le calcul sur les fonctions est à l'intersection du calcul algébrique, du calcul graphique, du calcul différentiel et intégrale, du calcul de limites. . .
Les problèmes où interviennent ces fonctions sont aussi très variés, et il n'est pas rare de voir des changements de registre, d'un domaine à l'autre dans une même problème ! Il faut avoir un esprit bien souple. . .
C'est tout particulièrement le cas de l'étude des polynômes (où l'on bascule facilement d'un domaine à l'autre).

Changement de registre

Truc & Astuce pour le calcul. Avec des fonctions

Le calcul sur les fonctions est à l'intersection du calcul algébrique, du calcul graphique, du calcul différentiel et intégrale, du calcul de limites...
Les problèmes où interviennent ces fonctions sont aussi très variés, et il n'est pas rare de voir des changements de registre, d'un domaine à l'autre dans une même problème ! Il faut avoir un esprit bien souple...
C'est tout particulièrement le cas de l'étude des polynômes (où l'on bascule facilement d'un domaine à l'autre).

Exercice
Démontrer que le polynôme x^3+3x-1 admet une unique racine sur $\mathbb{R}$.

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Polynômes

$\Rightarrow$ Géométrie

Conclusion

Objectifs

⇒ Polynômes

- Définitions : addition de produits de puissance ! Voire composition

Conclusion

Objectifs

⇒ Polynômes

- Définitions : addition de produits de puissance ! Voire composition

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Polynômes

- Définitions : addition de produits de puissance ! Voire composition
- Polynôme de plusieurs variables.

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Polynômes

- Définitions : addition de produits de puissance ! Voire composition
- Polynôme de plusieurs variables.
- Développement et conservation. . .

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Polynômes

$\Rightarrow$ Géométrie

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Polynômes

$\Rightarrow$ Géométrie

- Transformer une équation en un dessin (et réciproquement)

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Polynômes

$\Rightarrow$ Géométrie

- Transformer une équation en un dessin (et réciproquement)
- Addition/Translation, symétrie...

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Polynômes

$\Rightarrow$ Géométrie

- Transformer une équation en un dessin (et réciproquement)
- Addition/Translation, symétrie...
- Théorème des valeurs intermédiaires (On y reviendra)

Conclusion

Objectifs

$\Rightarrow$ Polynômes

$\Rightarrow$ Géométrie

- Transformer une équation en un dessin (et réciproquement)
- Addition/Translation, symétrie...
- Théorème des valeurs intermédiaires (On y reviendra)
- Lier variations de la représentation graphique et degré de la fonction polynomiale

Conclusion

Objectifs

⇒ Polynômes

⇒ Géométrie

Pour la prochaine fois

- Lecture du cours : Chap 1 : Equations polynomiales.
  3. Développement et factorisation
- Pour demain : exercices N°1, 9 & 13
- TD de jeudi :
  8h-10h (de ABDELHAMID ou ABRIAL à HERRERA AJAYI) :
  18, 2, 5, 6, 8, 16, 23
  10h-12h (de IZARD à VIE) :
  19, 3, 4, 7, 10, 17, 25