

⇒ Méthode analytique

⇒ Méthode
analytique

1. Quelques problèmes

2. Equation polynomiale : algèbre et géométrie

3 . Opérer avec des polynômes

4. Equation polynomiale et analyse

4.1. La meilleure méthode : l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode de la tangente

5. Bilan

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3 . Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode analytique

1. Quelques problèmes
2. Equation polynomiale : algèbre et géométrie
- 3 . Opérer avec des polynômes
4. Equation polynomiale et analyse
 - 4.1. La meilleure méthode : l'essai/erreur
 - 4.2. Retro-contrôle
 - 4.3. Méthode de la sécante
 - 4.4. Vers la dérivation. Méthode de la tangente
5. Bilan

⇒ Méthode analytique

1. Problèmes
2. Algèbre & Géo.
- 3 . Opérer avec des polynômes
4. Equation polynomiale et analyse
 - 4.1. La meilleure méthode : l'essai/erreur
 - 4.2. Retro-contrôle
 - 4.3. Méthode de la sécante
 - 4.4. Vers la dérivation. Méthode de la tangente
5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Heuristique. La meilleure solution

Si l'on veut résoudre un problème, dont on ne sait rien excepté ses réalisations pour certains réalisations des variables. Alors la solution naturelle consiste à faire des essais/erreurs.

Concrètement, pour résoudre $f = 0$, on prend une première valeur pour x . On essaye $f(x_1)$. Est-il égal à 0 ?

Si non, on essaye une autre valeur. . .

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3 . Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Heuristique. La meilleure solution

Si l'on veut résoudre un problème, dont on ne sait rien excepté ses réalisations pour certains réalisations des variables. Alors la solution naturelle consiste à faire des essais/erreurs.

Concrètement, pour résoudre $f = 0$, on prend une première valeur pour x . On essaye $f(x_1)$. Est-il égal à 0 ?

Si non, on essaye une autre valeur. . .

Est-il possible d'apprendre de nos essais/erreurs ?

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3 . Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

Principe

Une méthode classique en ingénierie (mais aussi en biologie) est d'exploiter le retro-contrôle ou une retro-action positive.

⇒ Méthode
analytique

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3 . Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

Principe

Une méthode classique en ingénierie (mais aussi en biologie) est d'exploiter le retro-contrôle ou une retro-action positive.

⇒ Méthode
analytique

Truc & Astuce - Exploiter le retro-contrôle

Réinjecter les résultats obtenus dans la formule initiale.

Mais si le résultat n'est pas juste, alors tout n'est pas perdu : il ne faut pas repartir de 0.

Et le second résultat ne doit pas être trop éloigné du premier résultat (plus grand si la fonction est croissante. . .).

Principe : on crée une suite (x_n) qui converge vers x , la vraie valeur que l'on cherche.

A chaque étape, on prend $x_{n+1} = x_n + y_n$, meilleure approximation de x que x_n , et donc y_n est une suite telle que :

- ▶ y_n est beaucoup plus petit que x_n , négligeable face à x_n
- ▶ $(y_n) \rightarrow 0$
- ▶ pour $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$, y_n^k est toujours beaucoup plus petit que y_n , négligeable face à y_n^k .

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3 . Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan



Exemple

⇒ Méthode
analytique

Nous allons expliquer la méthode à partir d'un exercice.

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Nous allons expliquer la méthode à partir d'un exercice.

Exercice

On cherche à donner une valeur approchée de $\sqrt{8}$. Donner une valeur approchée (à deux chiffres), par rétro-contrôle

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Rétro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode analytique

1. Quelques problèmes
2. Equation polynomiale : algèbre et géométrie
- 3 . Opérer avec des polynômes
4. Equation polynomiale et analyse
 - 4.1. La meilleure méthode : l'essai/erreur
 - 4.2. Retro-contrôle
 - 4.3. Méthode de la sécante**
 - 4.4. Vers la dérivation. Méthode de la tangente
5. Bilan

⇒ Méthode analytique

1. Problèmes
2. Algèbre & Géo.
- 3 . Opérer avec des polynômes
4. Equation polynomiale et analyse
 - 4.1. La meilleure méthode : l'essai/erreur
 - 4.2. Retro-contrôle
 - 4.3. Méthode de la sécante**
 - 4.4. Vers la dérivation. Méthode de la tangente
5. Bilan

Analyse Principe

⇒ Méthode
analytique

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3 . Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Analyse Principe

Définition - Algorithme de la sécante

Considérons la fonction polynomiale $f(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$.

On considère deux nombres $a, b \in \mathbb{R}$, puis la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = a, u_1 = b \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{u_{n+1} - u_n}{f(u_{n+1}) - f(u_n)} f(u_{n+1})$$

La suite ainsi définie suit l'algorithme de la sécante

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Analyse Principe

Définition - Algorithme de la sécante

Considérons la fonction polynomiale $f(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$.

On considère deux nombres $a, b \in \mathbb{R}$, puis la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = a, u_1 = b \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{u_{n+1} - u_n}{f(u_{n+1}) - f(u_n)} f(u_{n+1})$$

La suite ainsi définie suit l'algorithme de la sécante

Sous certaines conditions, relativement robuste, la suite (u_n) converge vers une racine de f

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode analytique

1. Quelques problèmes
2. Equation polynomiale : algèbre et géométrie
- 3 . Opérer avec des polynômes
4. Equation polynomiale et analyse
 - 4.1. La meilleure méthode : l'essai/erreur
 - 4.2. Retro-contrôle
 - 4.3. Méthode de la sécante
 - 4.4. Vers la dérivation. Méthode de la tangente
5. Bilan

⇒ Méthode analytique

1. Problèmes
2. Algèbre & Géo.
- 3 . Opérer avec des polynômes
4. Equation polynomiale et analyse
 - 4.1. La meilleure méthode : l'essai/erreur
 - 4.2. Retro-contrôle
 - 4.3. Méthode de la sécante
 - 4.4. Vers la dérivation. Méthode de la tangente
5. Bilan

Analyse Quand 0 s'invite

⇒ Méthode
analytique

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3 . Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

**4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente**

5. Bilan

Analyse Quand 0 s'invite

Heuristique. Toute forme indéterminée $\frac{0}{0} \dots$

$\dots$ peut se voir comme un calcul de dérivée, avec la formule de L'HOSPITAL.

$\Rightarrow$ Méthode
analytique

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3 . Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

Analyse Quand 0 s'invite

Heuristique. Toute forme indéterminée $\frac{0}{0} \dots$

...peut se voir comme un calcul de dérivée, avec la formule de L'HOSPITAL.

Définition - Nombre dérivée

Soit f une fonction (polynomiale), on appelle dérivée de f en x_0 , le nombre :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

On note ce nombre $f'(x_0)$, selon la notation de Lagrange (1797).

⇒ Méthode
analytique

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Exemple Monôme et polynôme. Dérivation

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Exemple Monôme et polynôme. Dérivation
Analyse Méthode de la tangente

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Définition - Algorithme de la tangente

Considérons la fonction polynomiale $f(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$.

On considère deux nombres $a \in \mathbb{R}$, puis la suite (u_n) définie par :

$$v_0 = a, : \forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = v_n - \frac{1}{f'(v_n)} f(v_n)$$

La suite ainsi définie suit l'algorithme de la tangente

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Définition - Algorithme de la tangente

Considérons la fonction polynomiale $f(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$.

On considère deux nombres $a \in \mathbb{R}$, puis la suite (u_n) définie par :

$$v_0 = a, \forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = v_n - \frac{1}{f'(v_n)} f(v_n)$$

La suite ainsi définie suit l'algorithme de la tangente

Sous certaines conditions, relativement robuste, la suite (v_n) converge vers une racine de f

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Objectifs

⇒ Méthodes analytiques

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

Objectifs

⇒ Méthodes analytiques

- ▶ Retro-contrôle

⇒ Méthode
analytique

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Objectifs

⇒ Méthodes analytiques

- ▶ Retro-contrôle
- ▶ Encadrement : méthode de la sécante

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3 . Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Objectifs

⇒ Méthodes analytiques

- ▶ Retro-contrôle
- ▶ Encadrement : méthode de la sécante
- ▶ Accélération : méthode de la tangente (Newton)

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3 . Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan

⇒ Méthode
analytique

Objectifs

⇒ Méthodes analytiques

Pour la prochaine fois

- ▶ Lecture du cours :
chap 7. Sommes et produit
- ▶ Exercices N° 22 & 24

1. Problèmes

2. Algèbre & Géo.

3. Opérer avec des
polynômes

4. Equation
polynomiale et
analyse

4.1. La meilleure méthode :
l'essai/erreur

4.2. Retro-contrôle

4.3. Méthode de la sécante

4.4. Vers la dérivation. Méthode
de la tangente

5. Bilan