

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. Dérivation d'une fonction d'une variable réelle à valeurs complexes

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. Dérivation d'une fonction d'une variable réelle à valeurs complexes

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

Exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Définition - Exponentielle complexe

Soit $z \in \mathbb{C}$. On définit l'exponentielle complexe de z par

$$\exp z = e^z = e^{\operatorname{Re}(z)} e^{i \operatorname{Im}(z)}.$$

Son module est $e^{\operatorname{Re}(z)}$ et un argument est $\operatorname{Im}(z)$.

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Proposition - Elargissement

On retrouve les propriétés classiques de l'exponentielle :

- ▶ L'exponentielle complexe coïncide bien avec l'exponentielle sur \mathbb{R} pour les réels ou avec l'exponentielle des imaginaires purs.
- ▶ Pour $(z, z') \in \mathbb{C}^2$, on a : $e^{z+z'} = e^z e^{z'}$ et $\frac{1}{e^z} = e^{-z}$.

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

Propriété classique

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Proposition - Elargissement

On retrouve les propriétés classiques de l'exponentielle :

▶ L'exponentielle complexe coïncide bien avec l'exponentielle sur \mathbb{R} pour les réels ou avec l'exponentielle des imaginaires purs.

▶ Pour $(z, z') \in \mathbb{C}^2$, on a : $e^{z+z'} = e^z e^{z'}$ et $\frac{1}{e^z} = e^{-z}$.

Démonstration

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

Equation classique

Exercice

1. Résoudre $e^z = 1$.
2. Résoudre $e^z = 1 - i\sqrt{3}$.
3. Résoudre plus généralement $e^z = z_0$
4. Déterminer l'image d'une droite d'équation $x = a$ par l'application $\exp : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$.
5. Déterminer l'image d'une droite d'équation $y = b$ par l'application $\exp : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$.

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

Equation classique

Exercice

1. Résoudre $e^z = 1$.
2. Résoudre $e^z = 1 - i\sqrt{3}$.
3. Résoudre plus généralement $e^z = z_0$
4. Déterminer l'image d'une droite d'équation $x = \alpha$ par l'application $\exp : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$.
5. Déterminer l'image d'une droite d'équation $y = b$ par l'application $\exp : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$.

Proposition - Résolution d'équation

- ▶ Pour $(z, z') \in \mathbb{C}^2$, $\exp z = \exp z'$ si et seulement si $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$.
- ▶ Tout complexe $z_0 \neq 0$ peut s'écrire sous la forme $\exp z$.

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

Equation classique

Exercice

1. Résoudre $e^z = 1$.
2. Résoudre $e^z = 1 - i\sqrt{3}$.
3. Résoudre plus généralement $e^z = z_0$
4. Déterminer l'image d'une droite d'équation $x = a$ par l'application $\exp : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$.
5. Déterminer l'image d'une droite d'équation $y = b$ par l'application $\exp : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$.

Proposition - Résolution d'équation

- ▶ Pour $(z, z') \in \mathbb{C}^2$, $\exp z = \exp z'$ si et seulement si $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$.
- ▶ Tout complexe $z_0 \neq 0$ peut s'écrire sous la forme $\exp z$.

Démonstration

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

Découpage en deux

I désigne un intervalle de \mathbb{R} .

Définition - « Découpage » d'une fonction à valeurs dans \mathbb{C}

Soient $f_1 : I \rightarrow \mathbb{R}$ et $f_2 : I \rightarrow \mathbb{R}$.

On pose : $\forall x \in I, f(x) = f_1(x) + i f_2(x)$.

$f : I \rightarrow \mathbb{C}$ est une fonction définie sur I à valeurs dans \mathbb{C} (si I n'est pas précisé au départ, son domaine de définition est l'intersection de ceux de f_1 et f_2).

On définit les fonctions $\operatorname{Re}(f)$ (partie réelle de f) et $\operatorname{Im}(f)$ (partie imaginaire de f) à valeurs dans \mathbb{R} par

$$\begin{array}{ll} \operatorname{Re}(f) = f_1 : & I \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto & \operatorname{Re}(f(x)) \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \operatorname{Im}(f) = f_2 : & I \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto & \operatorname{Im}(f(x)) \end{array}$$

On dit que f est continue sur I si f_1 et f_2 sont continues sur I .

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Exemple $t \mapsto e^{it}$

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Exemple $t \mapsto e^{it}$

Analyse Justifions que sa base est bien e^i

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. Dérivation d'une fonction d'une variable réelle à valeurs complexes

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

Définition généralisée

I désigne un intervalle de \mathbb{R} .

Définition - Dérivation d'une fonction à valeurs dans \mathbb{C}

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, une fonction à valeurs complexes.

Soient $f_1 : I \rightarrow \mathbb{R}$ et $f_2 : I \rightarrow \mathbb{R}$ telles que $\forall x \in I$,

$$f(x) = f_1(x) + if_2(x).$$

On dit que f est dérivable, respectivement de classe \mathcal{C}^1 sur I si

f_1 et f_2 sont dérivables, respectivement de classe \mathcal{C}^1 sur I .

Si f est dérivable sur I , on définit sa dérivée par :

$$\forall x \in I, \quad f'(x) = f_1'(x) + if_2'(x).$$

On note $\mathcal{C}(I, \mathbb{C})$ (resp. $\mathcal{C}^1(I, \mathbb{C})$) l'ensemble des fonctions continues (resp. de classe \mathcal{C}^1 de I dans \mathbb{C}).

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

Définition généralisée

I désigne un intervalle de \mathbb{R} .

Définition - Dérivation d'une fonction à valeurs dans \mathbb{C}

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, une fonction à valeurs complexes.

Soient $f_1 : I \rightarrow \mathbb{R}$ et $f_2 : I \rightarrow \mathbb{R}$ telles que $\forall x \in I$,

$$f(x) = f_1(x) + if_2(x).$$

On dit que f est dérivable, respectivement de classe \mathcal{C}^1 sur I si

f_1 et f_2 sont dérivables, respectivement de classe \mathcal{C}^1 sur I .

Si f est dérivable sur I , on définit sa dérivée par :

$$\forall x \in I, \quad f'(x) = f_1'(x) + if_2'(x).$$

On note $\mathcal{C}(I, \mathbb{C})$ (resp. $\mathcal{C}^1(I, \mathbb{C})$) l'ensemble des fonctions continues (resp. de classe \mathcal{C}^1 de I dans \mathbb{C}).

Remarque Commutativité de la dérivation complexe et de la partie réelle ou imaginaire

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Proposition - Constance et dérivation

Soit $f : I \rightarrow \mathbb{C}$ dérivable sur I . Alors f est constante sur I si et seulement si f' est nulle sur I .

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Proposition - Constance et dérivation

Soit $f : I \rightarrow \mathbb{C}$ dérivable sur I . Alors f est constante sur I si et seulement si f' est nulle sur I .

Pour la démonstration, on admet ces résultats pour des fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .

Démonstration

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. Dérivation d'une fonction d'une variable réelle à valeurs complexes

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

Propriétés (1)

Attention. Croissance sur \mathbb{C} ?

Parler de croissance (ou de décroissance) d'une fonction à valeurs dans \mathbb{C} n'a pas de sens.

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

Propriétés (1)

Attention. Croissance sur \mathbb{C} ?

Parler de croissance (ou de décroissance) d'une fonction à valeurs dans \mathbb{C} n'a pas de sens.

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

Propriété - Opérations

Soient f et g deux fonctions dérivables sur I à valeurs dans \mathbb{C} et $\alpha \in \mathbb{C}$. Alors $f + g$, $f g$ et αf sont dérivables sur I et

$$\forall x \in I, \quad (f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$$

$$(f g)'(x) = f'(x) g(x) + f(x) g'(x)$$

$$(\alpha f)' = \alpha f'$$

Si g ne s'annule pas, alors $\frac{1}{g}$ et $\frac{f}{g}$ sont dérivables sur I et

$$\forall x \in I, \quad \left(\frac{1}{g}\right)'(x) = \frac{-g'(x)}{g(x)^2} \quad \text{et} \quad \left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

Propriétés (1)

Attention. Croissance sur \mathbb{C} ?

Parler de croissance (ou de décroissance) d'une fonction à valeurs dans \mathbb{C} n'a pas de sens.

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

Propriété - Opérations

Soient f et g deux fonctions dérivables sur I à valeurs dans \mathbb{C} et $\alpha \in \mathbb{C}$. Alors $f + g$, $f g$ et αf sont dérivables sur I et

$$\forall x \in I, \quad (f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$$
$$(f g)'(x) = f'(x) g(x) + f(x) g'(x)$$
$$(\alpha f)' = \alpha f'$$

Si g ne s'annule pas, alors $\frac{1}{g}$ et $\frac{f}{g}$ sont dérivables sur I et

$$\forall x \in I, \quad \left(\frac{1}{g}\right)'(x) = \frac{-g'(x)}{g(x)^2} \quad \text{et} \quad \left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

Exercice

Faire les démonstrations.

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. Dérivation d'une fonction d'une variable réelle à valeurs complexes

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

Dérivation de l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Théorème - Dérivée de l'exponentielle complexe

Soit $\phi : I \rightarrow \mathbb{C}$ dérivable sur I . Alors

$$\begin{aligned}\psi : I &\rightarrow \mathbb{C} \\ x &\mapsto e^{\phi(x)}\end{aligned}$$

est dérivable sur I et : $\forall x \in I, \quad \psi'(x) = \phi'(x)e^{\phi(x)}$

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

Dérivation de l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Théorème - Dérivée de l'exponentielle complexe

Soit $\phi : I \rightarrow \mathbb{C}$ dérivable sur I . Alors

$$\begin{aligned}\psi : I &\rightarrow \mathbb{C} \\ x &\mapsto e^{\phi(x)}\end{aligned}$$

est dérivable sur I et : $\forall x \in I, \psi'(x) = \phi'(x)e^{\phi(x)}$

Démonstration

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Attention. i joue un rôle comparable à celle d'un nombre réel

On fera bien attention à ne pas oublier le i dans la dérivation !

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Attention. i joue un rôle comparable à celle d'un nombre réel

On fera bien attention à ne pas oublier le i dans la dérivation !

Exercice

Calculer la dérivée $f : x \mapsto (\arcsin(x))e^{2x+ix^2}$.

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Attention. i joue un rôle comparable à celle d'un nombre réel

On fera bien attention à ne pas oublier le i dans la dérivation !

Exercice

Calculer la dérivée $f : x \mapsto (\arcsin(x))e^{2x+ix^2}$.

Application Fonction polaire

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

Conclusion

Objectifs

⇒ Fonctions à valeurs complexes

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe

Conclusion

Objectifs

⇒ Fonctions à valeurs complexes

- ▶ Décomposition : $z(t) = a(t) + ib(t)$, addition de deux fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , puis dérivabilité.

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

Conclusion

Objectifs

⇒ Fonctions à valeurs complexes

- ▶ Décomposition : $z(t) = a(t) + ib(t)$, addition de deux fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , puis dérivabilité.
- ▶ Dérivation de la fonction $t \mapsto \exp(z(t))$ sous $z'(t) \times \exp(z(t))$

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

Conclusion

Objectifs

⇒ Fonctions à valeurs complexes

- ▶ Décomposition : $z(t) = a(t) + ib(t)$, addition de deux fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , puis dérivabilité.
- ▶ Dérivation de la fonction $t \mapsto \exp(z(t))$ sous $z'(t) \times \exp(z(t))$
- ▶ Tout découle (dont la dérivée $z'(t)$)

⇒ Les bases de la dérivation de fonctions réelles

⇒ Dérivation de fonctions usuelles

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques utilisations de la dérivation

4. Dérivation de fonctions réelles à valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec l'exponentielle complexe

⇒ Les bases de la
dérivation de
fonctions réelles

⇒ Dérivation de
fonctions usuelles

Objectifs

⇒ Fonctions à valeurs complexes

Pour la prochaine fois

- ▶ Lecture du cours : chapitre 7 - Fonctions usuelles (à la Euler)
- ▶ Exercice n° 181 & 187
- ▶ TD de jeudi :
8h-10h : 182, 172 1&3, 174, 175, 178, 185
10h-12h : 183, 172 2&4, 174, 180, 176, 186

1. Problèmes

2. Dérivation

3. Quelques
utilisations de la
dérivation

4. Dérivation de
fonctions réelles à
valeurs complexes

4.1. Fonctions à valeurs
complexes

4.2. $\frac{\partial}{\partial x} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

4.3. Propriétés

4.4. Composition avec
l'exponentielle complexe