



Leçon 27 - Système linéaire

Leçon 27 - Système linéaire

⇒ Systèmes équivalents

⇒ Méthode de Cramer

⇒ Algorithme du pivot de Gauss

1. Quelques problèmes

2. Systèmes linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution explicite. cas des systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques problèmes

2. Systèmes linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution explicite. cas des systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de GAUSS

4.1. Systèmes équivalents : opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications. Différents formes de l'ensemble des solutions

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques problèmes
2. Systèmes linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution explicite. cas des systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de GAUSS

4.1. Systèmes équivalents : opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications. Différents formes de l'ensemble des solutions

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Problème Résolution d'un système linéaire

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Problème Résolution d'un système linéaire

Problème Résolution « au petit bonheur »

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Problème Résolution d'un système linéaire

Problème Résolution « au petit bonheur »

Problème Forme de l'ensemble des solutions

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Problème Résolution d'un système linéaire

Problème Résolution « au petit bonheur »

Problème Forme de l'ensemble des solutions

Problème Impact des paramètres

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques problèmes
2. Systèmes linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution explicite. cas des systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de GAUSS

4.1. Systèmes équivalents : opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications. Différents formes de l'ensemble des solutions

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Remarque Formalisme de LEIBNIZ

On commence par **paramétrer notre problème** : on l'élargit en donnant une écriture symbolique (paramètre lettré) aux nombres. Puis on élargit la problème : pourquoi seulement trois équations et trois inconnues ?

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Définition - Système linéaire de n équations à p inconnues

Un système linéaire à n équations et p inconnues à coefficient dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ est un système S d'équations de la forme :

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \cdots + a_{1,p}x_p & = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \cdots + a_{2,p}x_p & = b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_{n,1}x_1 + a_{n,2}x_2 + \cdots + a_{n,p}x_p & = b_n \end{cases} \quad \text{où}$$

- ▶ les $a_{i,j} \in \mathbb{K}$;
- ▶ $(b_1, b_2, \dots, b_n) \in \mathbb{K}^n$ est appelé le second membre de l'équation ;
- ▶ $(x_1, x_2, \dots, x_p) \in \mathbb{K}^p$ est appelé l'inconnue du système.

On appelle système homogène le système obtenu en remplaçant chaque b_i par 0 (second membre nul).

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Définition - Système linéaire de n équations à p inconnues

On appelle solution du système S , l'ensemble $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}^p$ des p -uplets $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p)$ qui vérifient les n équations :

$$\forall i \in \mathbb{N}_n, a_{i,1}\bar{x}_1 + a_{i,2}\bar{x}_2 + \dots + a_{i,p}\bar{x}_p = b_i$$

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Remarque Notations

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Remarque Notations

Remarque Solution(s) du système homogène

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Remarque Notations

Remarque Solution(s) du système homogène

Heuristique - Résolution

Il y a en gros deux méthodes pour résoudre un tel système.

La méthode de Leibniz (fin du XVII) fonctionne très bien pour les petites dimensions $n, p \leq 3$. Elle s'appuie sur les symétries du système. Elle marche bien également *en théorie* pour les grandes dimensions.

La méthode (dite) de Gauss est algorithmique, nous la privilégierons pour les plus grandes dimensions.

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques problèmes
2. Systèmes linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution explicite. cas des systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de GAUSS

4.1. Systèmes équivalents : opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications. Différents formes de l'ensemble des solutions

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Implication

Analyse Sens des flèches $\Rightarrow$, $\Leftarrow$

$\Rightarrow$ Systèmes
équivalents

$\Rightarrow$ Méthode de
Cramer

$\Rightarrow$ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Implication

Analyse Sens des flèches $\Rightarrow$, $\Leftarrow$

Définition - Systèmes équivalents

Deux systèmes S_1 et S_2 sont dits équivalents, notée $S_1 \Longleftrightarrow S_2$ si et seulement si les ensembles de solutions sont les mêmes : $\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_2$.

Exercice

Les systèmes $S_1 : \begin{cases} 2x + y = 1 \\ -x - y = 0 \end{cases}$ et $S_2 : \begin{cases} 2x + y = 1 \end{cases}$ sont-ils équivalents ?

$\Rightarrow$ Systèmes
équivalents

$\Rightarrow$ Méthode de
Cramer

$\Rightarrow$ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Implication

Analyse Sens des flèches $\Rightarrow$, $\Leftarrow$

Définition - Systèmes équivalents

Deux systèmes S_1 et S_2 sont dits équivalents, notée $S_1 \iff S_2$ si et seulement si les ensembles de solutions sont les mêmes : $\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_2$.

Exercice

Les systèmes $S_1 : \begin{cases} 2x + y = 1 \\ -x - y = 0 \end{cases}$ et $S_2 : \{ 2x + y = 1 \}$ sont-ils équivalents ?

Attention. Pas d'abus

Typiquement ici, il ne faut pas abuser du symbole d'équivalence !
Dans l'exercice, on écrit donc jamais :

$$S_1 : \begin{cases} 2x + y = 1 \\ -x - y = 0 \end{cases} \iff 2x + y = 1$$

Il n'y a ici qu'une implication.

$\Rightarrow$ Systèmes
équivalents

$\Rightarrow$ Méthode de
Cramer

$\Rightarrow$ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques problèmes
2. Systèmes linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution explicite. cas des systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de GAUSS

4.1. Systèmes équivalents : opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications. Différents formes de l'ensemble des solutions

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

On considère ici

$$S : \begin{cases} ax + by = \alpha \\ cx + dy = \beta \end{cases}$$

où a, b, c, d et α, β sont des paramètres, alors que x, y sont les inconnues.

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

On considère ici

$$S : \begin{cases} ax + by = \alpha \\ cx + dy = \beta \end{cases}$$

où a, b, c, d et α, β sont des paramètres, alors que x, y sont les inconnues.

Analyse Etude « à la lycéenne »

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

On considère ici

$$S : \begin{cases} ax + by = \alpha \\ cx + dy = \beta \end{cases}$$

où a, b, c, d et α, β sont des paramètres, alors que x, y sont les inconnues.

Analyse Etude « à la lycéenne »

Remarque Avons-nous trouver les solutions ?

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Analyse Réciproque

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Analyse Réciproque

Remarque $a \neq 0$?

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Définition - Déterminant d'un système 2×2

On appelle déterminant du système 2×2 (i.e. $n = 2$ et $p = 2$)

$$S \quad \begin{cases} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 = b_2 \end{cases}$$

le nombre $\delta_S = a_{1,1}a_{2,2} - a_{1,2}a_{2,1}$ souvent noté $\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix}$.

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Déterminant

Définition - Déterminant d'un système 2×2

On appelle déterminant du système 2×2 (i.e. $n = 2$ et $p = 2$)

$$S \quad \begin{cases} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 = b_2 \end{cases}$$

le nombre $\delta_S = a_{1,1}a_{2,2} - a_{1,2}a_{2,1}$ souvent noté $\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix}$.

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Savoir-faire. Formule de CRAMER

Si le déterminant du système S est non nul, la solution de $\mathcal{S}$ de

$$(S) \quad \begin{cases} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 = b_2 \end{cases}$$

$$\text{est } \mathcal{S} = \{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)\} = \left\{ \left(\frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{1,2} \\ b_2 & a_{2,2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix}}, \frac{\begin{vmatrix} a_{1,1} & b_1 \\ a_{2,1} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix}} \right) \right\}$$

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Déterminant d'une matrice 2×2

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Définition - Déterminant d'un système 2×2

On appelle déterminant du système 2×2 (i.e. $n = 2$ et $p = 2$)

$$S \quad \begin{cases} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 = b_2 \end{cases}$$

le nombre $\delta_S = a_{1,1}a_{2,2} - a_{1,2}a_{2,1}$ souvent noté $\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix}$.

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Déterminant d'une matrice 3×3

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Définition - Déterminant d'un système 3×3

On appelle déterminant du système 3×3 (i.e. $n = 3$ et $p = 3$)

$$S \quad \begin{cases} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + a_{1,3}x_3 = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + a_{2,3}x_3 = b_2 \\ a_{3,1}x_1 + a_{3,2}x_2 + a_{3,3}x_3 = b_3 \end{cases}$$

le nombre $\delta_S = a_{1,1}a_{2,2}a_{3,3} + a_{1,2}a_{2,3}a_{3,1} + a_{1,3}a_{2,1}a_{3,2} -$
 $a_{1,2}a_{2,1}a_{3,3} - a_{3,1}a_{2,2}a_{1,3} - a_{1,1}a_{3,2}a_{2,3}$ souvent noté

$$\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{vmatrix}.$$

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Formule de Cramer

Savoir-faire. Formule de CRAMER

Si le déterminant du système S est non nul, la solution de $\mathcal{S}$ de

$$(S) \quad \begin{cases} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 = b_2 \end{cases}$$

$$\text{est } \mathcal{S} = \{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)\} = \left\{ \left(\frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{1,2} \\ b_2 & a_{2,2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix}}, \frac{\begin{vmatrix} a_{1,1} & b_1 \\ a_{2,1} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix}} \right) \right\}.$$

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications



⇒ Systèmes équivalents

⇒ Méthode de Cramer

⇒ Algorithme du pivot de Gauss

Savoir-faire. Formule de CRAMER

Si le déterminant du système S est non nul, la solution de $\mathcal{S}$ de

$$(S) \quad \begin{cases} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + a_{1,3}x_3 = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + a_{2,3}x_3 = b_2 \\ a_{3,1}x_1 + a_{3,2}x_2 + a_{3,3}x_3 = b_3 \end{cases}$$

est $\mathcal{S} = \{(\bar{x}_1, \bar{x}_2), \bar{x}_3\} =$

$$\left(\left(\begin{vmatrix} b_1 & a_{1,2} & a_{1,3} \\ b_2 & a_{2,2} & a_{2,3} \\ b_3 & a_{3,2} & a_{3,3} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_{1,1} & b_1 & a_{1,3} \\ a_{2,1} & b_2 & a_{2,3} \\ a_{3,1} & b_3 & a_{3,3} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{2,3} & b_1 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & b_2 \\ a_{3,1} & a_{3,2} & b_3 \end{vmatrix} \right) \right)$$

$$\left(\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{vmatrix} \right)$$

1. Quelques problèmes

2. Systèmes linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution explicite. cas des systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques problèmes

2. Systèmes linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution explicite. cas des systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de GAUSS

4.1. Systèmes équivalents : opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications. Différents formes de l'ensemble des
solutions

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Opérations élémentaires

On commence par trouver des invariants de l'ensemble des solutions. Cela permet de raisonner avec des systèmes équivalents

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Opérations élémentaires

On commence par trouver des invariants de l'ensemble des solutions. Cela permet de raisonner avec des systèmes équivalents

Définition - Opérations élémentaires

On appelle opérations élémentaires sur le système dont la ligne i est noté L_i , les opérations suivantes :

- ▶ pour tout $i, j \leq n$, échange des lignes L_i et L_j codé :
 $L_i \leftrightarrow L_j$
- ▶ pour tout $i \leq n$, $\lambda \neq 0$, la multiplication de la ligne L_i par λ codé : $L_i \leftarrow \lambda L_i$
- ▶ pour tout $i, j \leq n$, $\alpha \in \mathbb{K}$, l'ajout à la ligne L_i de α fois la ligne L_j codé : $L_i \leftarrow L_i + \alpha L_j$

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Proposition - Invariant des solutions

Les opérations élémentaires conservent exactement les solutions du système

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Proposition - Invariant des solutions

Les opérations élémentaires conservent exactement les solutions du système

Démonstration

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques problèmes

2. Systèmes linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution explicite. cas des systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de GAUSS

4.1. Systèmes équivalents : opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications. Différents formes de l'ensemble des solutions

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

A bien exploiter

Il reste à bien exploiter ces opérations élémentaires afin de **toujours** trouver la solution d'un système linéaire.

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

A bien exploiter

Il reste à bien exploiter ces opérations élémentaires afin de **toujours** trouver la solution d'un système linéaire.

Savoir-faire. Algorithme du pivot de GAUSS

Pour résoudre un système linéaire, on applique des opérations élémentaires pour le rendre triangulaire.

1. On cherche un coefficient non nul dans la 1^{ère} colonne (devant la 1^{ère} inconnue) le plus simple (on va devoir diviser par ce nombre). Si tous les coefficients sont nuls, on passe à l'inconnue suivante.
2. On échange la ligne où l'on a trouvé ce coefficient avec L_1 .
3. Pour $j \in \llbracket 2, n \rrbracket$, on effectue l'opération $L_j \leftrightarrow L_j - \frac{a_{1,j}}{a_{1,1}} L_1$ (ce qui permet d'annuler le coefficient de x_1 en ligne j puis pour toute la colonne).
4. On recommence la première étape, en oubliant la première équation et en s'intéressant à l'inconnue suivante, tant qu'il reste des inconnues.

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications



Il reste à bien exploiter ces opérations élémentaires afin de **toujours** trouver la solution d'un système linéaire.

1.

2.

3.

4.

Après avoir appliqué cet algorithme, le système obtenu est triangulaire, et l'on peut déterminer ses solutions en partant de la dernière équation et en remontant à la première.

Il peut arriver que l'on retrouve en dernière équation plus d'une inconnue. Dans ce cas, on garde une seule inconnue, les autres deviennent des variables libres que l'on considère alors en second membre.

⇒ Méthode de Cramer

⇒ Algorithme du pivot de Gauss

3.1. Vers la formule de Cramer

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques problèmes

2. Systèmes linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution explicite. cas des systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de GAUSS

4.1. Systèmes équivalents : opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de GAUSS

4.3. Applications. Différents formes de l'ensemble des solutions

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Applications. Vers la notion de rang

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Application Trois systèmes à résoudre :

$$S_1 : \begin{cases} x & -y & +z & = 1 \\ -x & -y & +z & = 3 \\ 2x & +y & +z & = 0 \end{cases}, S_2 : \begin{cases} x & +y & +2z & = 1 \\ 2x & -y & +z & = -1 \\ x & -2y & -z & = -2 \end{cases} \text{ et}$$

$$S_3 : \begin{cases} x & +y & +2z & = 1 \\ 2x & -y & +z & = -1 \\ x & -2y & -z & = 2 \end{cases}$$

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Applications. Vers la notion de rang

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Application Trois systèmes à résoudre :

$$S_1 : \begin{cases} x & -y & +z & = 1 \\ -x & -y & +z & = 3 \\ 2x & +y & +z & = 0 \end{cases}, S_2 : \begin{cases} x & +y & +2z & = 1 \\ 2x & -y & +z & = -1 \\ x & -2y & -z & = -2 \end{cases} \text{ et}$$

$$S_3 : \begin{cases} x & +y & +2z & = 1 \\ 2x & -y & +z & = -1 \\ x & -2y & -z & = 2 \end{cases}$$

Remarque Nombre de solution

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Applications. Vers la notion de rang

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

Application Trois systèmes à résoudre :

$$S_1 : \begin{cases} x & -y & +z & = 1 \\ -x & -y & +z & = 3 \\ 2x & +y & +z & = 0 \end{cases}, S_2 : \begin{cases} x & +y & +2z & = 1 \\ 2x & -y & +z & = -1 \\ x & -2y & -z & = -2 \end{cases} \text{ et}$$

$$S_3 : \begin{cases} x & +y & +2z & = 1 \\ 2x & -y & +z & = -1 \\ x & -2y & -z & = 2 \end{cases}$$

Remarque Nombre de solution

Attention. Lorsqu'il y a infinité de solution...

il n'y a pas unicité d'écriture de cet ensemble

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Objectifs

⇒ Systèmes équivalents

- ▶ Définition de systèmes équivalents

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Objectifs

⇒ Systèmes équivalents

- ▶ Définition de systèmes équivalents
- ▶ Attention, en règle générale, la substitution ne donne qu'une implication (et une inclusion d'ensemble).

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Conclusion

Objectifs

⇒ Systèmes équivalents

⇒ Méthode de Cramer

- ▶ Déterminant d'un système ou d'une matrice de taille 2×2

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Objectifs

⇒ Systèmes équivalents

⇒ Méthode de Cramer

- ▶ Déterminant d'un système ou d'une matrice de taille 2×2
- ▶ Résolution d'un système linéaire de deux équations à deux inconnues par les formules de Cramer (fraction de déterminant de matrices)

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Objectifs

⇒ Systèmes équivalents

⇒ Méthode de Cramer

- ▶ Déterminant d'un système ou d'une matrice de taille 2×2
- ▶ Résolution d'un système linéaire de deux équations à deux inconnues par les formules de Cramer (fraction de déterminant de matrices)
- ▶ Généralisation en plus grande dimension ?

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Objectifs

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

- Pour avoir des systèmes équivalents, exploitons que des opérations élémentaires

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Objectifs

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss
 - ▶ Pour avoir des systèmes équivalents, exploitons que des opérations élémentaires
 - ▶ Bien diriger ses opérations élémentaires : appliquons l'algorithme du pivot de Gauss.

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Objectifs

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss
 - ▶ Pour avoir des systèmes équivalents, exploitons que des opérations élémentaires
 - ▶ Bien diriger ses opérations élémentaires : appliquons l'algorithme du pivot de Gauss.
 - ▶ En déduire les formes générales possibles de l'ensemble de solutions.

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications

Objectifs

- ⇒ Systèmes équivalents
- ⇒ Méthode de Cramer
- ⇒ Algorithme du pivot de Gauss

Pour la prochaine fois

- ▶ Lecture du cours : Chap. 9 : Primitives et équations différentielles
- ▶ Exercices : 52, 54, 57 & 58

⇒ Systèmes
équivalents

⇒ Méthode de
Cramer

⇒ Algorithme du
pivot de Gauss

1. Quelques
problèmes

2. Systèmes
linéaires. Equivalence

2.1. Vocabulaire

2.2. Systèmes équivalents

3. Résolution
explicite. cas des
systèmes $n = p = 2$

3.1. Vers la formule de Cramer

4. Algorithme du pivot
de GAUSS

4.1. Opérations élémentaires

4.2. Algorithme du pivot de
GAUSS

4.3. Applications