

⇒ Fonctions exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les fonctions

3. Fonctions trigonométrique

4. Fonctions polynomiales et puissances rationnelles

5. Exponentielles et logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les fonctions

3. Fonctions trigonométrique

4. Fonctions polynomiales et puissances rationnelles

5. Exponentielles et logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions exponentielles

1. Problèmes
2. Généralités sur les fonctions
3. Fonctions trigonométrique
4. Fonctions polynomiales et puissances rationnelles
5. Exponentielles et logarithmes
 - 5.1. ExponentielleS
 - 5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Heuristique - Histoire

Les mathématiciens ont d'abord rencontré les fonctions logarithmiques (STEVIN, BRIGGS, NEPER) au XVIème siècle.

Ils cherchaient un processus pour transformer multiplication (complexe) en addition (plus simple).

Il s'agissait d'interpoler la réciproque des suites géométriques :

$$n \mapsto a^n, \text{ vérifiant } a^{n+m} = a^n \times a^m.$$

Pour faciliter les démonstrations du cours, nous remonterons l'histoire (d'abord exponentielles avant logarithmes).

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions exponentielles

1. Problèmes
2. Généralités sur les fonctions
3. Fonctions trigonométrique
4. Fonctions polynomiales et puissances rationnelles
5. Exponentielles et logarithmes
 - 5.1. ExponentielleS
 - 5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Heuristique. Equation fonctionnelle

Soit $a \in \mathbb{R}$, si $n, m \in \mathbb{N}$, $a^{n+m} = a^n \times a^m$.

Cette relation est centrale si l'on s'intéresse à $x \mapsto a^x$.

Considérons donc $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant pour tous nombres réels $x, y \in \mathbb{R} : f(x + y) = f(x) \times f(y)$.

Est-ce qu'une telle relation est suffisante pour définir parfaitement aucune (non car $t \mapsto 2^t$ semble bien aller, au moins pour $t \in \mathbb{Q}$), une fonction f , ou plusieurs ? Et dans ce cas, que rajouter pour différencier ces différentes fonctions ?

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Définition

On notera le pluriel :

Définition - Fonctions exponentielles

On qualifie de fonctions exponentielles les applications non nulles

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant :

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : f(x + y) = f(x) \times f(y).$$

⇒ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Définition

On notera le pluriel :

Définition - Fonctions exponentielles

On qualifie de fonctions exponentielles les applications non nulles

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant :

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : f(x + y) = f(x) \times f(y).$$

Proposition - Exponentielle de rationnels

Si f est une fonction vérifiant $f(x + y) = f(x) \times f(y)$, alors f est à valeurs dans $\mathbb{R}^+$.

Puis : ou bien $f : x \mapsto 0$, ou bien $f(0) = 1$.

Donc une fonction exponentielle est à valeurs dans $\mathbb{R}_+$ et $f(0) = 1$.

$\Rightarrow$ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Définition

On notera le pluriel :

Définition - Fonctions exponentielles

On qualifie de fonctions exponentielles les applications non nulles

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant :

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : f(x + y) = f(x) \times f(y).$$

Proposition - Exponentielle de rationnels

Si f est une fonction vérifiant $f(x + y) = f(x) \times f(y)$, alors f est à valeurs dans $\mathbb{R}^+$.

Puis : ou bien $f : x \mapsto 0$, ou bien $f(0) = 1$.

Donc une fonction exponentielle est à valeurs dans $\mathbb{R}_+$ et $f(0) = 1$.

Démonstration

⇒ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Extension sur $\mathbb{Q}$ (et $\mathbb{R}$?)

⇒ Fonctions
exponentielles

Proposition - Base

Si f est une fonction exponentielle non nulle, alors il existe un nombre $a \in \mathbb{R}_+$ tel que pour tout $x \in \mathbb{Q}$, $f(x) = a^x$.

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Extension sur $\mathbb{Q}$ (et $\mathbb{R}$?)

Proposition - Base

Si f est une fonction exponentielle non nulle, alors il existe un nombre $\alpha \in \mathbb{R}_+$ tel que pour tout $x \in \mathbb{Q}$, $f(x) = \alpha^x$.

Savoir-faire. Etude d'une équation fonctionnelle de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{R}$

L'étude d'une équation fonctionnelle se fait souvent de la façon suivante :

1. Par récurrence, en étudiant $f(sn)$ pour $n \in \mathbb{N}$ et s quelconque.
2. Par imparité/parité (ou autre symétrie), on étudie $f(sm)$ pour $m \in \mathbb{Z}$.
3. On retrouve ensuite le résultat pour $m \in \mathbb{Q}$.
4. Ensuite, on exploitera (plus tard) un argument de continuité ou bien un argument de croissance

⇒ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Extension sur $\mathbb{Q}$ (et $\mathbb{R}$?)

Proposition - Base

Si f est une fonction exponentielle non nulle, alors il existe un nombre $\alpha \in \mathbb{R}_+$ tel que pour tout $x \in \mathbb{Q}$, $f(x) = \alpha^x$.

Savoir-faire. Etude d'une équation fonctionnelle de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{R}$

L'étude d'une équation fonctionnelle se fait souvent de la façon suivante :

1. Par récurrence, en étudiant $f(sn)$ pour $n \in \mathbb{N}$ et s quelconque.
2. Par imparité/parité (ou autre symétrie), on étudie $f(sm)$ pour $m \in \mathbb{Z}$.
3. On retrouve ensuite le résultat pour $m \in \mathbb{Q}$.
4. Ensuite, on exploitera (plus tard) un argument de continuité ou bien un argument de croissance

Démonstration

$\Rightarrow$ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Proposition - Variations

Soit f une fonction exponentielle non nulle.

f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ si $f(1)(=a) > 1$.

f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ si $f(1)(=a) < 1$.

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Proposition - Variations

Soit f une fonction exponentielle non nulle.

f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ si $f(1)(=a) > 1$.

f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ si $f(1)(=a) < 1$.

Démonstration

- 1. Problèmes
- 2. Généralités sur les fonctions
- 3. Fonctions trigonométriques
- 4. Fonctions polynomiales et puissances rationnelles
- 5. Exponentielles et logarithmes
 - 5.1. ExponentielleS
 - 5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Proposition - Variations

Soit f une fonction exponentielle non nulle.

f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ si $f(1)(=a) > 1$.

f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ si $f(1)(=a) < 1$.

Démonstration

Analyse Comment définir $f(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Proposition - Variations

Soit f une fonction exponentielle non nulle.

f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ si $f(1)(=a) > 1$.

f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ si $f(1)(=a) < 1$.

Démonstration

Analyse Comment définir $f(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

Exercice

On note $a = f(1)$. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $r \in \mathbb{Q}$,
 $f(rx) = (f(x))^r$.

Quelle formule obtient-on concernant les puissances de a ?

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

On résume et admet les derniers résultats (il nous manque la continuité) :

Théorème - Fonctions exponentielles. Bilan

Les fonctions exponentielles non nulles sont continues.

Elles vérifient : $f(0) = 1$ et pour tout $x, y \in \mathbb{R}$,

$$f(x + y) = f(x) \times f(y) \text{ et } f(x \times y) = f(x)^y.$$

Il existe $a (= f(1)) \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) = a^x$ (par définition de a^x si $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$).

Si $a > 1$, alors f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$, avec $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = +\infty$.

Si $a < 1$, alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$, avec $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = 0$.

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions exponentielles

1. Problèmes
2. Généralités sur les fonctions
3. Fonctions trigonométrique
4. Fonctions polynomiales et puissances rationnelles
5. Exponentielles et logarithmes
 - 5.1. ExponentielleS
 - 5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Nous verrons que ces fonctions sont dérivables. L'une a la propriété essentielle de vérifier $f'(0) = 1$. C'est LA fonction exponentielle avec $a = e$ (LE « e »).

Prenons un autre définition.

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Nous verrons que ces fonctions sont dérivables. L'une a la propriété essentielle de vérifier $f'(0) = 1$. C'est LA fonction exponentielle avec $a = e$ (LE « e »).

Prenons un autre définition.

Définition - La fonction exponentielle naturelle

Soit $x \in \mathbb{R}$. La suite $(x_n) = ((1 + \frac{x}{n})^n)$ est croissante, majorée à partir d'un certain rang, donc convergente.

Notons $\exp(x)$ la limite de (x_n) .

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Nous verrons que ces fonctions sont dérivables. L'une a la propriété essentielle de vérifier $f'(0) = 1$. C'est LA fonction exponentielle avec $a = e$ (LE « e »).

Prenons une autre définition.

Définition - La fonction exponentielle naturelle

Soit $x \in \mathbb{R}$. La suite $(x_n) = ((1 + \frac{x}{n})^n)$ est croissante, majorée à partir d'un certain rang, donc convergente.

Notons $\exp(x)$ la limite de (x_n) .

Il faut démontrer la convergence de la suite :

Démonstration

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

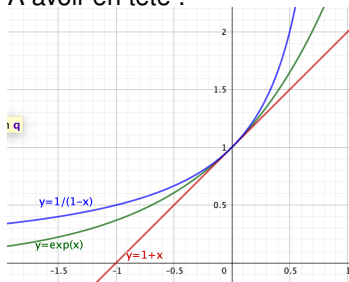
5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Image mentale : inégalités

⇒ Fonctions
exponentielles

A avoir en tête :



1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Proposition - Inégalités

On a pour tout $x \in]-1, 1[$, $1 + x \leq \exp x \leq \frac{1}{1 - x}$.

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Proposition - Inégalités

On a pour tout $x \in]-1, 1[$, $1 + x \leq \exp x \leq \frac{1}{1 - x}$.

Remarque Elargissement de l'intervalle

⇒ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Proposition - Inégalités

On a pour tout $x \in]-1, 1[$, $1 + x \leq \exp x \leq \frac{1}{1 - x}$.

Remarque Elargissement de l'intervalle
Démonstration

Morphisme exponentiel

Théorème - exp est une fonction exponentielle.

La fonction $x \mapsto \exp x$ est une fonction exponentielle appelée LA fonction exponentielle.

On a donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\exp(x) = e^x$ où

$$e = \exp(1) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

Elle vérifie donc : $\forall x, y \in \mathbb{R}$,

$$\exp(x + y) = e^{x+y} = e^x e^y = \exp(x) \times \exp(y) \text{ et}$$

$$\exp(x \times y) = e^{xy} = (e^x)^y = (\exp(x))^y.$$

$\Rightarrow$ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Morphisme exponentiel

Théorème - exp est une fonction exponentielle.

La fonction $x \mapsto \exp x$ est une fonction exponentielle appelée LA fonction exponentielle.

On a donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\exp(x) = e^x$ où

$$e = \exp(1) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

Elle vérifie donc : $\forall x, y \in \mathbb{R}$,

$$\exp(x + y) = e^{x+y} = e^x e^y = \exp(x) \times \exp(y) \text{ et}$$

$$\exp(x \times y) = e^{xy} = (e^x)^y = (\exp(x))^y.$$

Démonstration

$\Rightarrow$ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Morphisme exponentiel

Théorème - exp est une fonction exponentielle.

La fonction $x \mapsto \exp x$ est une fonction exponentielle appelée LA fonction exponentielle.

On a donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\exp(x) = e^x$ où

$$e = \exp(1) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

Elle vérifie donc : $\forall x, y \in \mathbb{R}$,

$$\exp(x + y) = e^{x+y} = e^x e^y = \exp(x) \times \exp(y) \text{ et}$$

$$\exp(x \times y) = e^{xy} = (e^x)^y = (\exp(x))^y.$$

Démonstration

Application Evaluation approchée de $(1 + \frac{1}{30})^{100}$

⇒ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Morphisme exponentiel

Théorème - exp est une fonction exponentielle.

La fonction $x \mapsto \exp x$ est une fonction exponentielle appelée LA fonction exponentielle.

On a donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\exp(x) = e^x$ où

$$e = \exp(1) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

Elle vérifie donc : $\forall x, y \in \mathbb{R}$,

$$\exp(x + y) = e^{x+y} = e^x e^y = \exp(x) \times \exp(y) \text{ et}$$

$$\exp(x \times y) = e^{xy} = (e^x)^y = (\exp(x))^y.$$

Démonstration

Application Evaluation approchée de $(1 + \frac{1}{30})^{100}$

Proposition - Formules d'Euler (1746)

$$e = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!}$$

$$\text{Et pour tout } x \in \mathbb{R}, e^x = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!}$$

⇒ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

Conclusion

Objectifs

⇒ Fonctions exponentielles

⇒ Fonctions
exponentielles

1. Problèmes
2. Généralités sur les fonctions
3. Fonctions trigonométrique
4. Fonctions polynomiales et puissances rationnelles
5. Exponentielles et logarithmes
 - 5.1. ExponentielleS
 - 5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Objectifs

⇒ Fonctions exponentielles

► $f(x + y) = f(x) \times f(y) \Rightarrow \exists a(= f(1))$ tel que $f : x \mapsto a^x$, continue

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Objectifs

⇒ Fonctions exponentielles

- ▶ $f(x + y) = f(x) \times f(y) \Rightarrow \exists a (= f(1))$ tel que $f : x \mapsto a^x$, continue
- ▶ Cas particulier de LA fonction exponentielle où $a = \lim(1 + \frac{1}{n})^n$
(de dérivée égale à 1 en 1)

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Objectifs

⇒ Fonctions exponentielles

- ▶ $f(x+y) = f(x) \times f(y) \Rightarrow \exists a (= f(1))$ tel que $f : x \mapsto a^x$, continue
- ▶ Cas particulier de LA fonction exponentielle où $a = \lim(1 + \frac{1}{n})^n$
(de dérivée égale à 1 en 1)
- ▶ Inégalités : pour $x \in]-1, 1[$, $1+x \leq \exp x \leq \frac{1}{1-x}$

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométriques

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle

⇒ Fonctions
exponentielles

Objectifs

⇒ Fonctions exponentielles

Pour la prochaine fois

- ▶ Lecture du cours : chapitre 3. Fonctions à la Euler
Fin du cours
- ▶ Exercice n°149 & 161

1. Problèmes

2. Généralités sur les
fonctions

3. Fonctions
trigonométrique

4. Fonctions
polynomiales et
puissances
rationnelles

5. Exponentielles et
logarithmes

5.1. ExponentielleS

5.2. LA fonction exponentielle