

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- . Problèmes
- 2. 1 1111111111
  - .1. Definitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

⇒Propriétés « analytique »de l'intégrale

### 1. Problèmes

#### 2. Primitives

- 2.1. Définitions
- 2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

#### 1. Problèmes

z. Primitive:

Définitions

......

.3. Quelques cas particuliers

**Problème** Lien primitive/intégrale.

Quel lien entre l'optimisation et le calcul global?

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

- 2. Primitive
- 2.1. Définitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

**Problème** Lien primitive/intégrale. Quel lien entre l'optimisation et le calcul global?

**Problème** Problèmes historiques. L'horloge de Claude Perrault Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : R → C.

- 2. Primitive
- 1. Définitions
- 2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

Problème Lien primitive/intégrale. Quel lien entre l'optimisation et le calcul global?

**Problème** Problèmes historiques.

L'horloge de Claude Perrault

**Problème** Primitivisation des opérations alégébriques. Intégrale d'une somme ? Facile! Et pour un produit? Et une composition?

Lecon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » :  $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$ 

Problème Lien primitive/intégrale.

Quel lien entre l'optimisation et le calcul global?

Problème Problèmes historiques.

L'horloge de Claude Perrault

**Problème** Primitivisation des opérations alégébriques.

Intégrale d'une somme ? Facile !

Et pour un produit? Et une composition?

Problème Fraction rationnelle.

Une méthode pour trouver une primitive à toute fraction rationnelle imaginable!

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : R → C.

1. Problèmes

i. I loblellies

2.1 Dáfinitions

. r. Dominions

2.2. Primitives usuelles

2.3. Quelques cas particuliers

Problème Implication.

Lien : être continue et admettre une primitive ?

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

- 1. Problèmes
- 2. Primitive
  - I. Définitions
- L.L. I TIMINITO GOGGIGO

◆□▶◆□▶◆□▶◆□▶ □ めの◇

**Problème** Implication.

Lien : être continue et admettre une primitive ?

**Problème** Problème de M. Lagoute. Le fameux oscillateur harmonique Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

- 2 Primitivos
  - 1 Dáfinitions
  - 2.1. Definitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

Problème Implication.

Lien : être continue et admettre une primitive ?

**Problème** Problème de M. Lagoute. Le fameux oscillateur harmonique

**Problème** Existence. Unicité Problème de Cauchy

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- 2. Primitives
  - 1. Définitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

Problème Implication.

Lien : être continue et admettre une primitive?

Problème Problème de M. Lagoute.

Le fameux oscillateur harmonique

**Problème** Existence. Unicité Problème de Cauchy

Problème Linéarisation.

Que faire si l'équation n'est pas linéaire?

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- 2. Primitives
  - 1. Définitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

⇒Propriétés « analytique »de l'intégrale

- 1. Problèmes
- 2. Primitives
  - 2.1. Définitions
  - 2.2. Primitives usuelles
  - 2.3. Quelques cas particuliers

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- . Problèmes
- . FIIIIIIIIVes
- 2.1. Définitions
- L. I. Delli lilotio
- 2.3. Quelques cas particuliers

### **Primitive**

I désigne un intervalle de  $\mathbb{R}$ .

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- . Problèmes
- .. Primitives
- 2.1. Définitions
- 2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

### **Primitive**

I désigne un intervalle de  $\mathbb{R}$ .

On commence par se concentrer sur les primitives, bien qu'il ne s'agit que d'un cas particulier d'une équation différentielle.

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

Problèmes

. Primitives

2.1. Définitions

2.2. FIIIIIIIVOS USUOIIOS

I désigne un intervalle de  $\mathbb{R}$ .

On commence par se concentrer sur les primitives, bien qu'il ne s'agit que d'un cas particulier d'une équation différentielle.

#### Définition - Primitives

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de  $\mathbb R$  à valeurs dans  $\mathbb R$  (resp. à valeurs dans  $\mathbb C$ ). On appelle primitive de f sur I toute fonction F **dérivable** sur I à valeurs dans  $\mathbb R$  (resp. à valeurs dans  $\mathbb C$ ) telle que, sur I, F'=f.

### Propriétés

### Propriété - CNS de primitive sur $\ensuremath{\mathbb{C}}$

 $F:I \to \mathbb{C}$  est une primitive de  $f:I \to \mathbb{C}$  si et seulement si  $\mathbf{Re}F$  et  $\mathbf{Im}F$  sont des primitives de  $\mathbf{Re}f$  et  $\mathbf{Im}f$  (resp.).

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- . Problèmes
- L. FIIIIIIIVE
- 2.1. Définitions
- 2.3 Quelques cas particuliers

 $F: I \to \mathbb{C}$  est une primitive de  $f: I \to \mathbb{C}$ si et seulement si  $\mathbf{Re}F$  et  $\mathbf{Im}F$  sont des primitives de  $\mathbf{Re}f$  et  $\mathbf{Im} f$  (resp.).

### Propriété - Définition à constante additive près

Deux primitives de f sur l'intervalle I diffèrent d'une constante. C'est-à-dire que si F est une primitive de f sur I alors l'ensemble des primitives de f sur I est

$$\left\{x\mapsto F(x)+C;C\in\mathbb{K}\right\}$$

où  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  (resp.  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ ) si f est à valeurs dans  $\mathbb{R}$  (resp. dans  $\mathbb{C}$ ).

Lecon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » :  $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$ 

2.1 Définitions

 $F:I\to\mathbb{C}$  est une primitive de  $f:I\to\mathbb{C}$  si et seulement si  $\mathbf{Re}F$  et  $\mathbf{Im}F$  sont des primitives de  $\mathbf{Re}f$  et  $\mathbf{Im}f$  (resp.).

### Propriété - Définition à constante additive près

Deux primitives de f sur l'intervalle I diffèrent d'une constante. C'est-à-dire que si F est une primitive de f sur I alors l'ensemble des primitives de f sur I est

$$\left\{x\mapsto F(x)+C;C\in\mathbb{K}\right\}$$

où  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  (resp.  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ ) si f est à valeurs dans  $\mathbb{R}$  (resp. dans  $\mathbb{C}$ ).

 $\frac{1}{2}$  Démonstration

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » :  $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$ 

Problèmes

2.1 Définitions

i. Deliritions

2.2. Primitives usuelles

2.3. Quelques cas particuliers

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

 $F:I\to\mathbb{C}$  est une primitive de  $f:I\to\mathbb{C}$  si et seulement si  $\mathbf{Re}F$  et  $\mathbf{Im}F$  sont des primitives de  $\mathbf{Re}f$  et  $\mathbf{Im}f$  (resp.).

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

### Propriété - Définition à constante additive près

Problèmes

Deux primitives de f sur l'intervalle I diffèrent d'une constante. C'est-à-dire que si F est une primitive de f sur I alors l'ensemble des primitives de f sur I est

2. Primitives

 $\left\{x \mapsto F(x) + C; C \in \mathbb{K}\right\}$ 

2.1. Définitions

2.2. Primitives usuelle

2.3. Quelques cas particuliers

où  $\mathbb{K}=\mathbb{R}$  (resp.  $\mathbb{K}=\mathbb{C}$ ) si f est à valeurs dans  $\mathbb{R}$  (resp. dans  $\mathbb{C}$ ).

- $\frac{1}{2}$ Démonstration
- Analyse Interprétation en terme de relation d'équivalence/classe d'équivalence

⇒Propriétés « analytique »de l'intégrale

- 1. Problèmes
- 2. Primitives
  - 2.1 Définitions
  - 2.2. Primitives usuelles
  - 2.3. Quelques cas particuliers

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- . Problèmes
- . Primitives
  - . Définitions
- 2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

### Tableau (1)

En reprenant simplement le tableau de dérivations des fonctions usuelles, on trouve :

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

 $\Rightarrow$ Propriétés « analytique » :  $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$ 

- . Problèmes
- . Primitives
- 2.1. Définitions
  2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

### Tableau (1)

# Proposition - Tableau des primitives usuelles des fonctions à valeurs réelles (1)

fonction	primitives	fonction	primitives
$x^{\alpha}$ où $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$	$\frac{1}{x}$	$\ln  x  + C$
$e^x$	$e^x + C$	$e^{\beta x}$ où $\beta \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$	$\frac{e^{\beta x}}{\beta} + C$
$\operatorname{sh}\beta x$ où $\beta \neq 0$	$\frac{\mathrm{ch}\beta x}{\beta} + C$	$\operatorname{ch}\beta x$ où $\beta \neq 0$	$\frac{\sinh \beta x}{\beta} + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$	$\cos x$	$\sin x + C$
$\sin \beta x$ où $\beta \neq 0$	$-\frac{\cos \beta x}{\beta} + C$	$\cos \beta x$ où $\beta \neq 0$	$\frac{\sin \beta x}{\beta} + C$
$1 + \tan^2 x$	$\tan x + C$	$\ln x$	$x \ln x - x + C$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan x + C$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + C$

(C est une constante réelle)

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

Problèmes

. Finfillive

2.1. Definitions
2.2. Primitives usuelles

2.3. Quelques cas particuliers

### Tableau (2)

## Proposition - Tableau des primitives usuelles des fonctions à valeurs réelles (2)

fonction $f$ de la forme :	primitive $F$
$u'(x)u(x)^{\alpha}$ où $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$	$\frac{u(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln u(x) +C$
$u(x)$ $u'(x)e^{u(x)}$	$e^{u(x)} + C$

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- I. Problèmes
- 2. Primitive
- 2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

### Remarques

Ces formules sont valables sur tout **intervalle** I où f (ou u) est continue.

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- . Primitives
- 2.1. Définitions
  2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

### Remarques

Ces formules sont valables sur tout **intervalle** I où f (ou u) est continue.

### Attention. Primitive sur deux intervalles

Si f admet des primitives sur la réunion de deux intervalles disjoints, on peut avoir des constantes différentes sur chacun des deux intervalles.

On rencontrera particulièrement cette situation dans le chapitre sur les équations différentielles. Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- . Problèmes
- . Filmlives
- 2.1. Definitions
  2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

⇒Propriétés « analytique »de l'intégrale

- 1. Problèmes
- 2. Primitives
  - 2.1 Définition
  - 2.2. Primitives usuelle
  - 2.3. Quelques cas particuliers

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- . Problèmes
- . Primitives
- 1. Définitions
- 2.2 Primitivos usuallos
- 2.3. Quelques cas particuliers

### Exponentielles et trigonométrie

Savoir-faire.  $e^{\alpha x}\cos\beta x$  ou  $e^{\alpha x}\sin\beta x$ 

Pour  $f(x) = e^{\alpha x} \cos \beta x$  ou  $f(x) = e^{\alpha x} \sin \beta x$   $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$ , il suffit de primitver  $e^{(\alpha+i\beta)x}$  et récupérer partie réelle ou imaginaire.

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- z. Primitives
- 2.1. Définitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

### Exponentielles et trigonométrie

### Savoir-faire. $e^{\alpha x}\cos\beta x$ ou $e^{\alpha x}\sin\beta x$

Pour  $f(x) = e^{\alpha x} \cos \beta x$  ou  $f(x) = e^{\alpha x} \sin \beta x$   $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$ , il suffit de primitver  $e^{(\alpha+i\beta)x}$  et récupérer partie réelle ou imaginaire.

### Savoir-faire. $\sin^n x \cos^m x$

Pour  $f(x) = \sin^n x \cos^m x$ , on peut linéariser.

Rappelons que pour cela on utilise les formules de de Moivre :

$$\sin^n x = \left(\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}\right)^n \dots$$

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- . Problèmes
- 2. I IIIIIIIIVO
- 2.1. Demittions
  2.2 Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

Pour  $f(x) = e^{\alpha x} \cos \beta x$  ou  $f(x) = e^{\alpha x} \sin \beta x$   $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$ , il suffit de primitver  $e^{(\alpha+i\beta)x}$  et récupérer partie réelle ou imaginaire.

### Savoir-faire. $\sin^n x \cos^m x$

Pour  $f(x) = \sin^n x \cos^m x$ , on peut linéariser.

Rappelons que pour cela on utilise les formules de de Moivre :  $n = \left(e^{ix} - e^{-ix}\right)^n$ 

$$\sin^n x = \left(\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}\right)^n \dots$$

### Exercice

Déterminer des primitives des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = e^{3x} \sin(2x);$$
  $f_2(x) = \sin^3(x)\cos^4(x)$ 

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- Problèmes
- 2. Primitives
- 2.1. Delinitions
  2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

### Savoir-faire. $e^{\alpha x}\cos\beta x$ ou $e^{\alpha x}\sin\beta x$

Pour  $f(x) = e^{\alpha x} \cos \beta x$  ou  $f(x) = e^{\alpha x} \sin \beta x$   $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$ , il suffit de primitver  $e^{(\alpha + i\beta)x}$  et récupérer partie réelle ou imaginaire.

### Savoir-faire. $\sin^n x \cos^m x$

Pour  $f(x) = \sin^n x \cos^m x$ , on peut linéariser.

Rappelons que pour cela on utilise les formules de de Moivre :  $\sin^n r = \left(\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{n}\right)^n$ 

$$\sin^n x = \left(\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}\right)^n \dots$$

### Exercice

Déterminer des primitives des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = e^{3x} \sin(2x);$$
  $f_2(x) = \sin^3(x) \cos^4(x)$ 

Remarque Si on a un doute...

### Fractions rationnelles (table)

## Proposition - Tableau de primitives de certaines fonctions rationnelles (fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}$ )

fonction	primitives
$\frac{1}{x-a}$	$\ln x-\alpha +C$
$\frac{1}{(x-a)^n}$ où $n \in \mathbb{N}^*$	$\frac{-1}{n-1} \frac{1}{(x-a)^{n-1}} + C$
$\frac{1}{x^2+a^2}$	$\frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$
$\frac{2x+p}{x^2+px+q}$	$\ln x^2 + px + q  + C$
$\frac{2x+p}{(x^2+px+q)^n} \text{ où } n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$	$\frac{-1}{n-1} \frac{1}{(x^2 + px + q)^{n-1}} + C$

(C est une constante réelle)

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

Problèmes

O. D. DAE-18---

2.2. Primitives usuelles

2.3. Quelques cas particuliers

### Fractions rationnelles (table)

# Proposition - Tableau de primitives de certaines fonctions rationnelles (fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}$ )

fonction	primitives
$\frac{1}{x-a}$	$\ln  x-a +C$
$\frac{1}{(x-a)^n}$ où $n \in \mathbb{N}^*$	$\frac{-1}{n-1} \frac{1}{(x-a)^{n-1}} + C$
$\frac{1}{x^2 + a^2}$	$\frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$
$\frac{2x+p}{x^2+px+q}$	$\ln x^2 + px + q  + C$
$\frac{2x+p}{(x^2+px+q)^n} \text{ où } n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$	$\frac{-1}{n-1} \frac{1}{(x^2 + px + q)^{n-1}} + C$

(C est une constante réelle)

### Exercice

A démontrer

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

Problèmes

2. Primitives

2.1. Définitions
2.2. Primitives usuelles

2.3. Quelques cas particuliers

### Fractions rationnelles (savoir-faire)

Remarque Division euclidienne

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- Problèmes
- z. Primitive
- 2.1. Definitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

Pour les fractions rationnelles de la forme  $f(x) = \frac{1}{ax^2 + bx + c}$   $((a,b,c) \in \mathbb{R}^3, a \neq 0)$ :

si  $\Delta > 0$ , le trinôme a deux racines réelles distinctes  $\alpha$  et  $\beta$ . On cherche  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  tels que  $f(x) = \frac{\lambda}{x - \alpha} + \frac{\mu}{x - \beta}$  et on primitive :

$$F(x) = \lambda \ln|x - \alpha| + \mu \ln|x - \beta| = \ln|(x - \alpha)^{\lambda}(x - \beta)^{\mu}|$$

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- 2. 1 11111111111
- 2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

Pour les fractions rationnelles de la forme  $f(x) = \frac{1}{ax^2 + bx + c}$ 

 $((a,b,c) \in \mathbb{R}^3, a \neq 0)$ :

- ightharpoonup si  $\Delta > 0$ ,  $F(x) = \lambda \ln|x - \alpha| + \mu \ln|x - \beta| = \ln|(x - \alpha)^{\lambda}(x - \beta)^{\mu}|$
- ► si  $\Delta = 0$ , on a alors  $f(x) = \frac{1}{a(x-\alpha)^2}$ . On primitive directement avec la fraction rationnelle :

$$F(x) = \frac{1}{a(x-\alpha)}$$

Lecon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » :  $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$ 

- 2.3. Quelques cas particuliers

Pour les fractions rationnelles de la forme  $f(x) = \frac{1}{ax^2 + bx + c}$   $((a,b,c) \in \mathbb{R}^3, a \neq 0)$ :

- $((a,b,c) \in \mathbb{R}^3, a \neq 0)$ :
  - si  $\Delta > 0$ ,  $F(x) = \lambda \ln|x - \alpha| + \mu \ln|x - \beta| = \ln|(x - \alpha)^{\lambda}(x - \beta)^{\mu}|$
  - identification in sides in the sides of the sides in the sides of t
  - si  $\Delta < 0$ , on met sous forme canonique  $f(x) = \frac{1}{(x+\alpha)^2 + \beta^2}$ . On reconnaît une fonction composée qui se primitive avec  $\arctan : F(x) = \frac{1}{\beta}\arctan\left(\frac{x+\alpha}{\beta}\right)$

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- O. Duine W. . . .
- 2.1. Definitions
  2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

Pour les fractions rationnelles de la forme  $f(x) = \frac{1}{ax^2 + bx + c}$ 

$$((a,b,c)\in\mathbb{R}^3,a\neq 0)$$
:

si 
$$\Delta > 0$$
,  

$$F(x) = \lambda \ln|x - \alpha| + \mu \ln|x - \beta| = \ln|(x - \alpha)^{\lambda}(x - \beta)^{\mu}|$$

• si 
$$\Delta < 0$$
,  $F(x) = \frac{1}{\beta} \arctan\left(\frac{x+\alpha}{\beta}\right)$ 

### Exercice

Déterminer des primitives des fonctions :  $f_1(x) = \frac{1}{(x^2 - x - 2)}$ ;

$$f_2(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1};$$
  $f_3(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + x + 1};$   $f_4(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + 4x + 4}$ 

Lecon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » :  $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$ 

2.3. Quelques cas particuliers

### **Objectifs**

- ⇒ Définir la démarche inverse de la dérivation. Propriétés
- « géométriques » de l'intégrale
- ⇒ Propriétés « analytique »de l'intégrale

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- 2. Primitives
- .1. Définitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

### **Objectifs**

- ⇒ Définir la démarche inverse de la dérivation. Propriétés « géométriques »de l'intégrale
  - $f \rightarrow f' \iff f \leftarrow F$ : primitivisation

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- 2. Primitives
- .1. Définitions
- 2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

### **Objectifs**

- ⇒ Définir la démarche inverse de la dérivation. Propriétés « géométriques » de l'intégrale
  - $f \rightarrow f' \iff f \leftarrow F$  : primitivisation
  - ► Tableau de correspondance (A APPRENDRE)

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- z. Primitives
- .1. Définitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

### **Objectifs**

- ⇒ Définir la démarche inverse de la dérivation. Propriétés « géométriques » de l'intégrale
  - $f \rightarrow f' \iff f \leftarrow F$ : primitivisation
  - Tableau de correspondance (A APPRENDRE)
  - Et une première série de savoir-faire (exponentielle et trigonométrie)

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- Problèmes
- z. Primitives
  - .1. Définitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

### **Objectifs**

⇒ Définir la démarche inverse de la dérivation. Propriétés « géométriques » de l'intégrale

- $f \rightarrow f' \iff f \leftarrow F$  : primitivisation
- ► Tableau de correspondance (A APPRENDRE)
- Et une première série de savoir-faire (exponentielle et trigonométrie)

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- I. Problèmes
- Z. FIIIIIlives
- 2.1. Définitions
- 2 Primitivos usualla
- 2.3. Quelques cas particuliers

### **Objectifs**

- ⇒ Définir la démarche inverse de la dérivation. Propriétés
- « géométriques » de l'intégrale
- ⇒ Propriétés « analytique »de l'intégrale

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- 2. Primitive:
- .1. Définitions
- 0.0 0....
- 2.3. Quelques cas particuliers

### Objectifs

- ⇒ Définir la démarche inverse de la dérivation. Propriétés
   « géométriques » de l'intégrale
- ⇒ Propriétés « analytique »de l'intégrale
  - Intégrale d'une fonction à valeurs complexes.

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- 1. Problèmes
- z. Primitives
- .1. Définitions
- 2.2. Primitives usuelles
- 2.3. Quelques cas particuliers

### **Objectifs**

- ⇒ Définir la démarche inverse de la dérivation. Propriétés « géométriques » de l'intégrale
- ⇒ Propriétés « analytique »de l'intégrale
  - Intégrale d'une fonction à valeurs complexes.
  - Le calcul intégral est bien l'inverse de celui de la dérivation.

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

- Problèmes
- z. Fillillitives
- .1. Définitions
- 2.3. Quelques cas particuliers

### **Objectifs**

- ⇒ Définir la démarche inverse de la dérivation. Propriétés
   « géométriques » de l'intégrale
- ⇒ Propriétés « analytique »de l'intégrale
  - Intégrale d'une fonction à valeurs complexes.
  - Le calcul intégral est bien l'inverse de celui de la dérivation.
  - Question remise à plus tard : quelles sont les fonctions qui admettent une primitive, finalement.
     C'est un ensemble qui contient strictement l'ansemble des

C'est un ensemble qui contient strictement l'ensemble des fonctions continues.

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

Problèmes

\_\_\_\_\_

1. Definitions

2.3. Quelques cas particuliers

### **Objectifs**

- ⇒ Définir la démarche inverse de la dérivation. Propriétés
- « géométriques »de l'intégrale
- ⇒ Propriétés « analytique »de l'intégrale

### Pour la prochaine fois

- Lecture du cours : chapitre 6
  - 3.2. Quelques propriétés
  - 3.3 et 3.4. Techniques
- Exercice n° 193 & 194
- TD de jeudi :

8h-10h : n°195 pair, 196, 199, 203 impair, 205

10h-12h: n°195 impair, 197, 200, 201, 203 pair, 204

Leçon 28 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ Inverse dérivation. Propriétés géométique

⇒Propriétés « analytique » : ℝ → ℂ

Problèmes

Primitives

.1. Definitions

2.2. Primitives usuelles

2.3. Quelques cas particuliers