



⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Leçon 29 - Fonctions primitives et équations différentielles

⇒ **De l'aire (intégrale) à la primitive**

⇒ **Maîtrise de deux techniques**

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et primitives

3.1. Théorème fondamental et conséquences

3.2. Quelques propriétés de l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration par parties

3.4. Technique 2 : Changement de variables

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ **De l'aire (intégrale) à la primitive**

⇒ **Maîtrise de deux techniques**

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

1. Problèmes

2. Primitives

2. Primitives

3. Intégrales et primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et conséquences

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de l'intégrale

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration par parties

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement de variables

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Théorème fondamental

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Théorème - Théorème fondamental du calcul différentiel

Soit f continue sur I , intervalle de $\mathbb{R}$, à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$. Soit $a \in I$.

Alors la fonction

$$\begin{aligned} F : I &\rightarrow K \\ x &\mapsto \int_a^x f(t) dt \end{aligned}$$

est de classe C^1 (c'est-à-dire dérivable de dérivée continue) sur I
et $F' = f$.

C'est de plus l'unique primitive de f nulle en $a \in I$.

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Corollaire (1)

Corollaire - Existence de primitive

Toute fonction continue sur I admet une primitive sur I .

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Corollaire (1)

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Corollaire - Existence de primitive

Toute fonction continue sur I admet une primitive sur I .

Attention. Pas toutes les primitives avec cette notation

On n'obtient pas toutes les primitives ainsi.

Ainsi, pour $f(x) = \cos x$, la primitive $F(x) = \sin x + 2$ ne peut s'obtenir ainsi. En effet, on aurait alors $F(x) = \sin x - \sin a$, or il n'existe pas de $a \in \mathbb{R}$ tel que $\sin a = -2$.

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Corollaire (1)

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Corollaire - Existence de primitive

Toute fonction continue sur I admet une primitive sur I .

Attention. Pas toutes les primitives avec cette notation

On n'obtient pas toutes les primitives ainsi.

Ainsi, pour $f(x) = \cos x$, la primitive $F(x) = \sin x + 2$ ne peut s'obtenir ainsi. En effet, on aurait alors $F(x) = \sin x - \sin a$, or il n'existe pas de $a \in \mathbb{R}$ tel que $\sin a = -2$.

Remarque Démonstration ?

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Corollaire (2)

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Théorème - Calcul fondamental

Soit f continue sur I intervalle de $\mathbb{R}$ contenant a et b . Soit F une primitive de f . Alors

$$\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a) = \left[F(t) \right]_a^b$$

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Corollaire (2)

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Théorème - Calcul fondamental

Soit f continue sur I intervalle de $\mathbb{R}$ contenant a et b . Soit F une primitive de f . Alors

$$\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a) = \left[F(t) \right]_a^b$$

Démonstration

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Définition - Notation par extension

On notera, par extension des notations précédentes :

- ▶ $\int_{\cdot}^x f(t)dt$, une primitive quelconque de f .

C'est plutôt l'ensemble de toutes les primitives de f , modulo la constante additive

- ▶ $[F(t)]_{\cdot}^x = F(x)$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Définition - Notation par extension

On notera, par extension des notations précédentes :

- ▶ $\int_a^x f(t)dt$, une primitive quelconque de f .

C'est plutôt l'ensemble de toutes les primitives de f , modulo la constante additive

- ▶ $[F(t)]_a^x = F(x)$

Corollaire. Avec f'

Soit f de classe C^1 sur I . Alors

$$\forall (a, x) \in I^2, f(x) - f(a) = \int_a^x f'(t) dt.$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ **De l'aire (intégrale) à la primitive**

⇒ **Maîtrise de deux techniques**

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

1. Problèmes

2. Primitives

2. Primitives

3. Intégrales et primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et conséquences

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de l'intégrale

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration par parties

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement de variables

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Proposition - Linéarité, croissance, Chasles...

Pour des fonctions continues f et g continues sur un intervalle I à valeurs dans $\mathbb{R}$, on a, pour $a, b \in I$, les propriétés suivantes :

- ▶ **linéarité** : si λ et μ sont deux réels,

$$\int_a^b (\lambda f + \mu g)(t) dt = \lambda \int_a^b f(t) dt + \mu \int_a^b g(t) dt$$

- ▶ **relation de Chasles** : pour $c \in]a, b[$,

$$\int_a^b f(t) dt = \int_a^c f(t) dt + \int_c^b f(t) dt$$

- ▶ **positivité** : si $a \leq b$ et $\forall x \in [a, b], f(x) \geq 0$ alors

$$\int_a^b f(t) dt \geq 0$$

- ▶ **croissance** : si $a \leq b$ et $\forall x \in [a, b], f(x) \geq g(x)$ alors

$$\int_a^b f(t) dt \geq \int_a^b g(t) dt$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Application

Truc & Astuce pour le calcul. Encadrer une intégrale

Pour encadrer une intégrale, on encadre la fonction à intégrer (intégrand)

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

**3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale**

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Application

Truc & Astuce pour le calcul. Encadrer une intégrale

Pour encadrer une intégrale, on encadre la fonction à intégrer (intégrant)

⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive

⇒ Maîtrise de deux techniques

Savoir-faire. Inégalité des accroissements finis (avec f de classe $\mathcal{C}^1$)

Si f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[a, b] \subset I$. Notons $M = \sup_{[a, b]} f'$ et $m = \inf_{[a, b]} f'$, on a donc, pour tout $t \in [a, b]$:

$$f'(t) - m \geq 0 \quad \text{et} \quad M - f'(t) \geq 0$$

On intègre sur $[a, b]$, puis par linéarité (ou croissance) :

$$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$$

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Application

Truc & Astuce pour le calcul. Encadrer une intégrale

Pour encadrer une intégrale, on encadre la fonction à intégrer (intégrant)

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Savoir-faire. Inégalité des accroissements finis (avec f de classe $\mathcal{C}^1$)

Si f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[a, b] \subset I$. Notons $M = \sup_{[a, b]} f'$ et $m = \inf_{[a, b]} f'$, on a donc, pour tout $t \in [a, b]$:

$$f'(t) - m \geq 0 \quad \text{et} \quad M - f'(t) \geq 0$$

On intègre sur $[a, b]$, puis par linéarité (ou croissance) :

$$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$$

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Remarque Combinaison linéaire

Proposition - Fonctions à valeurs complexes

Soient f, g deux fonctions continues sur $[a, b]$ à valeurs dans $\mathbb{C}$ et λ, μ deux complexes. Alors on a les propriétés suivantes :

► **linéarité :**

$$\int_a^b (\lambda f + \mu g)(t) dt = \lambda \int_a^b f(t) dt + \mu \int_a^b g(t) dt$$

► **relation de Chasles :** pour $c \in]a, b[$,

$$\int_a^b f(t) dt = \int_a^c f(t) dt + \int_c^b f(t) dt$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Proposition - Fonctions à valeurs complexes

Soient f, g deux fonctions continues sur $[a, b]$ à valeurs dans $\mathbb{C}$ et λ, μ deux complexes. Alors on a les propriétés suivantes :

► **linéarité :**

$$\int_a^b (\lambda f + \mu g)(t) dt = \lambda \int_a^b f(t) dt + \mu \int_a^b g(t) dt$$

► **relation de Chasles :** pour $c \in]a, b[$,

$$\int_a^b f(t) dt = \int_a^c f(t) dt + \int_c^b f(t) dt$$

Attention Sur $\mathbb{C}$, pas de relation d'ordre...

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ **De l'aire (intégrale) à la primitive**

⇒ **Maîtrise de deux techniques**

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

1. Problèmes

2. Primitives

2. Primitives

3. Intégrales et primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et conséquences

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de l'intégrale

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration par parties

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement de variables

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Théorème - Intégration par parties

Si u et v sont deux fonctions de classe C^1 sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, alors

$$\forall (a, b) \in I^2, \quad \int_a^b u'(t)v(t) dt = \left[u(t)v(t) \right]_a^b - \int_a^b u(t)v'(t) dt$$

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Théorème - Intégration par parties

Si u et v sont deux fonctions de classe C^1 sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, alors

$$\forall (a, b) \in I^2, \quad \int_a^b u'(t)v(t) dt = \left[u(t)v(t) \right]_a^b - \int_a^b u(t)v'(t) dt$$

Démonstration

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Obtenir une primitive

Savoir-faire. Obtenir une primitive avec une IPP cachée

Pour calculer une primitive par IPP de f , notée

$$\int_{\cdot}^x f(t) dt$$

(attention, il s'agit d'**une fonction** et non d'un scalaire), on peut écrire

$$\int_{\cdot}^x u'(t)v(t) dx = u(x)v(x) - \int_{\cdot}^x u(t)v'(t) dt$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Obtenir une primitive

Savoir-faire. Obtenir une primitive avec une IPP cachée

Pour calculer une primitive par IPP de f , notée

$$\int_{\cdot}^x f(t) dt$$

(attention, il s'agit d'**une fonction** et non d'un scalaire), on peut écrire

$$\int_{\cdot}^x u'(t)v(t) dx = u(x)v(x) - \int_{\cdot}^x u(t)v'(t) dt$$

Exercice

Avec une intégration par parties trouver une primitive de

$$x \mapsto \frac{x^2}{(x^2+1)^2} \text{ puis de } x \mapsto \frac{1}{(x^2+1)^2}.$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Primitives de $P(x)e^{\alpha x}$

Savoir-faire. $f(x) = P(x)e^{\alpha x}$

Pour $f : t \mapsto P(t)e^{\alpha t}$ où P est une fonction polynomiale, on peut faire $\deg(P)$ intégrations par parties (IPP) en dérivant $v : t \mapsto P(t)$ et en intégrant $u' : t \mapsto e^{\alpha t}$.

On peut appliquer la même méthode pour $f : t \mapsto P(t)\sin(\alpha t)$ ou $f : t \mapsto P(t)\cos(\alpha t)$.

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Primitives de $P(x)e^{\alpha x}$

Savoir-faire. $f(x) = P(x)e^{\alpha x}$

Pour $f : t \mapsto P(t)e^{\alpha t}$ où P est une fonction polynomiale, on peut faire $\deg(P)$ intégrations par parties (IPP) en dérivant $v : t \mapsto P(t)$ et en intégrant $u' : t \mapsto e^{\alpha t}$.

On peut appliquer la même méthode pour $f : t \mapsto P(t)\sin(\alpha t)$ ou $f : t \mapsto P(t)\cos(\alpha t)$.

Remarque Autre méthode

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Primitives de $P(x)e^{\alpha x}$

Savoir-faire. $f(x) = P(x)e^{\alpha x}$

Pour $f : t \mapsto P(t)e^{\alpha t}$ où P est une fonction polynomiale, on peut faire $\deg(P)$ intégrations par parties (IPP) en dérivant $v : t \mapsto P(t)$ et en intégrant $u' : t \mapsto e^{\alpha t}$.

On peut appliquer la même méthode pour $f : t \mapsto P(t)\sin(\alpha t)$ ou $f : t \mapsto P(t)\cos(\alpha t)$.

Remarque Autre méthode

Exercice

Calculer

$$I = \int_0^{\pi/2} t \sin t \, dt, \quad J = \int_0^1 e^{2x}(6x^2 + 2x - 4) \, dx$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Primitives de $P(x)e^{\alpha x}$

Savoir-faire. $f(x) = P(x)e^{\alpha x}$

Pour $f : t \mapsto P(t)e^{\alpha t}$ où P est une fonction polynomiale, on peut faire $\deg(P)$ intégrations par parties (IPP) en dérivant $v : t \mapsto P(t)$ et en intégrant $u' : t \mapsto e^{\alpha t}$.

On peut appliquer la même méthode pour $f : t \mapsto P(t)\sin(\alpha t)$ ou $f : t \mapsto P(t)\cos(\alpha t)$.

Remarque Autre méthode

Exercice

Calculer

$$I = \int_0^{\pi/2} t \sin t \, dt, \quad J = \int_0^1 e^{2x}(6x^2 + 2x - 4) \, dx$$

Exercice

Trouver une formule générale pour calculer $\int^x P(t)e^{\alpha t} \, dt$.

$\Rightarrow$ De l'aire (intégrale)
à la primitive

$\Rightarrow$ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Primitives de $P(x)\ln(Q(x))$

Savoir-faire. $f(x) = P(x)\ln(Q(x))$

Pour $f : t \mapsto P(t)\ln(Q(t))$ où P est une fonction polynomiale, on peut faire une intégrations par parties (IPP) en dérivant $v : t \mapsto \ln(Q(t))$ et en intégrant $u' : t \mapsto P(t)$.

On se retrouve alors en présence d'une fraction rationnelle, que l'on sait intégrer, en principe...

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Primitives de $P(x)\ln(Q(x))$

Savoir-faire. $f(x) = P(x)\ln(Q(x))$

Pour $f : t \mapsto P(t)\ln(Q(t))$ où P est une fonction polynomiale, on peut faire une intégrations par parties (IPP) en dérivant $v : t \mapsto \ln(Q(t))$ et en intégrant $u' : t \mapsto P(t)$.

On se retrouve alors en présence d'une fraction rationnelle, que l'on sait intégrer, en principe...

Exercice

Calculer

$$I_b = \int_0^b x \ln(x^2 + 1) dx.$$

On pourra remarquer que $x^3 = x(x^2 + 1) - x$...

$\Rightarrow$ De l'aire (intégrale)
à la primitive

$\Rightarrow$ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ **De l'aire (intégrale) à la primitive**

⇒ **Maîtrise de deux techniques**

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

1. Problèmes

2. Primitives

2. Primitives

3. Intégrales et primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et conséquences

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de l'intégrale

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration par parties

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement de variables

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Théorème - Changement de variable

Soient I, J des intervalles de $\mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in I$,

Soient $\phi : I \rightarrow \mathbb{R}$ de classe C^1 telle que $\phi(I) \subset J$ et $f : J \rightarrow \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$) continue.

Alors

$$\int_{\phi(\alpha)}^{\phi(\beta)} f(t) dt = \int_{\alpha}^{\beta} f(\phi(x))\phi'(x) dx.$$

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Théorème - Changement de variable

Soient I, J des intervalles de $\mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in I$,

Soient $\phi : I \rightarrow \mathbb{R}$ de classe C^1 telle que $\phi(I) \subset J$ et $f : J \rightarrow \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$) continue.

Alors

$$\int_{\phi(\alpha)}^{\phi(\beta)} f(t) dt = \int_{\alpha}^{\beta} f(\phi(x))\phi'(x) dx.$$

Démonstration

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Théorème - Changement de variable

Soient I, J des intervalles de $\mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in I$,

Soient $\phi : I \rightarrow \mathbb{R}$ de classe C^1 telle que $\phi(I) \subset J$ et $f : J \rightarrow \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$) continue.

Alors

$$\int_{\phi(\alpha)}^{\phi(\beta)} f(t) dt = \int_{\alpha}^{\beta} f(\phi(x)) \phi'(x) dx.$$

Démonstration

Analyse Deux cas possibles

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Savoir-faire. Changement de variable - dans la pratique

On veut calculer $\int_{\phi(\alpha)}^{\phi(\beta)} f(t) dt$. On pose $t = \phi(x)$ (changement de variable), on remplace alors

► t par $\phi(x)$

► dt par $\phi'(x) dx$

$$(\phi'(x) = \frac{d\phi(x)}{dx} = \frac{dt}{dx})$$

► t varie de $\phi(\alpha)$ à $\phi(\beta)$ par x varie de α à β (et inversement)

On peut faire un tableau

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Savoir-faire. Changement de variable - dans la pratique

On veut calculer $\int_{\phi(\alpha)}^{\phi(\beta)} f(t) dt$. On pose $t = \phi(x)$ (changement de variable), on remplace alors

► t par $\phi(x)$

► dt par $\phi'(x) dx$

$$(\phi'(x) = \frac{d\phi(x)}{dx} = \frac{dt}{dx})$$

► t varie de $\phi(\alpha)$ à $\phi(\beta)$ par x varie de α à β (et inversement)

On peut faire un tableau

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Exercice

Calculer par changement de variables les intégrales suivantes

$$I = \int_0^{\pi/2} x \sin(x^2) dx, \quad J = \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$$

Soulignons l'importance que ϕ soit bijective pour exploiter $\phi^{-1} \dots$

Savoir-faire. Calculer une primitive par changement de variable

On cherche une primitive F de f sur I ,

- ▶ on pose $t = \phi(x)$ et donc $dt = \phi'(x)dx$ où ϕ est une **bijection de classe C^1** de J sur I ,
- ▶ on cherche une primitive $G(x) = \int f(\phi(x))\phi'(x)dx$ et on prend $F(t) = G(\phi^{-1}(t))$.

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Soulignons l'importance que ϕ soit bijective pour exploiter $\phi^{-1} \dots$

Savoir-faire. Calculer une primitive par changement de variable

On cherche une primitive F de f sur I ,

- ▶ on pose $t = \phi(x)$ et donc $dt = \phi'(x)dx$ où ϕ est une **bijection de classe C^1** de J sur I ,
- ▶ on cherche une primitive $G(x) = \int f(\phi(x))\phi'(x)dx$ et on prend $F(t) = G(\phi^{-1}(t))$.

Exemple Primitive de $t \mapsto \frac{1}{t^2+a^2}$

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Attention. Ne pas oublier de revenir à la variable de départ

Pour éviter les erreurs (oubli de revenir à la variable de départ...) on peut aussi écrire

$$F(x) = \int. \frac{dt}{t^2 + a^2}$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Attention. Ne pas oublier de revenir à la variable de départ

Pour éviter les erreurs (oubli de revenir à la variable de départ...) on peut aussi écrire

$$F(x) = \int_{\cdot}^x \frac{dt}{t^2 + a^2}$$

Exercice

Soit $a \in \mathbb{R}$. Donner une primitive de $x \mapsto \frac{1}{(x^2 + a^2)^2}$ en faisant le changement de variable $\tan t = \frac{x}{a}$.

On rappelle que $1 + \tan^2 u = \frac{1}{\cos^2 u}$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Attention. Ne pas oublier de revenir à la variable de départ

Pour éviter les erreurs (oubli de revenir à la variable de départ...) on peut aussi écrire

$$F(x) = \int_{\cdot}^x \frac{dt}{t^2 + a^2}$$

Exercice

Soit $a \in \mathbb{R}$. Donner une primitive de $x \mapsto \frac{1}{(x^2 + a^2)^2}$ en faisant le changement de variable $\tan t = \frac{x}{a}$.

On rappelle que $1 + \tan^2 u = \frac{1}{\cos^2 u}$

Exercice

Aller plus loin : Donner l'expression des primitives de

$$x \mapsto \frac{1}{(x^2 + a^2)^n}$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Savoir-faire. Bijection par morceaux

Lorsque le changement de variables doit être bijectif mais ne l'est que par morceaux, alors

1. on cherche une primitive sur chaque morceau de l'intervalle.
2. on « recolle » chaque morceau en ajustant les constantes de manière à ce que la primitive soit bien continue.

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Savoir-faire. Bijection par morceaux

Lorsque le changement de variables doit être bijectif mais ne l'est que par morceaux, alors

1. on cherche une primitive sur chaque morceau de l'intervalle.
2. on « recolle » chaque morceau en ajustant les constantes de manière à ce que la primitive soit bien continue.

Exercice

Donner l'ensemble de définition et calculer une primitive de

$$h : x \mapsto \frac{1}{2 + \cos x}.$$

On posera $t = \tan \frac{x}{2}$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Fonctions définies à partir de fonctions trigonométrique

Savoir-faire. Calcul pour $f(t) = \sin^n t \cos^m t$ avec n ou m impair

Pour $f(t) = \sin^n t \cos^m t$, on peut linéariser, ou,

- ▶ si n est impair, effectuer le changement de variables $u = \cos t$ (ou isoler un $\sin t$ et dans $\sin^{n-1} t$ remplacer $\sin^2 t$ par $1 - \cos^2 t$ puis reconnaître des primitives),
- ▶ si m est impair, effectuer le changement de variables $u = \sin t$ (ou remplacer $\cos^2 t$ par $1 - \sin^2 t$).

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Plus généralement

Savoir-faire. Cas général ($\tan \frac{x}{2}$)

D'une manière générale, les changements de variables utiles pour les fonctions construites avec de fonctions trigonométriques sont $t = \cos x$, $t = \sin x$, $t = \tan x$, $t = \tan \frac{x}{2}$.

On rappelle que si $t = \tan \frac{x}{2}$, alors $\cos x = \frac{t^2 - 1}{t^2 + 1}$, $\sin x = \frac{2t}{t^2 + 1}$
et $\tan x = \frac{2t}{t^2 - 1}$.

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Plus généralement

Savoir-faire. Cas général ($\tan \frac{x}{2}$)

D'une manière générale, les changements de variables utiles pour les fonctions construites avec de fonctions trigonométriques sont $t = \cos x$, $t = \sin x$, $t = \tan x$, $t = \tan \frac{x}{2}$.

On rappelle que si $t = \tan \frac{x}{2}$, alors $\cos x = \frac{t^2 - 1}{t^2 + 1}$, $\sin x = \frac{2t}{t^2 + 1}$
et $\tan x = \frac{2t}{t^2 - 1}$.

Exercice

Calculer par changement de variables l'intégrale suivante

$$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dt}{\sin t}$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Théorème - Simplification des calculs

Soit $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}(\mathbb{C})$ une fonction continue :

- ▶ si f est paire, $\int_{-a}^a f(t)dt = 2 \int_0^a f(t)dt$;
- ▶ si f est impaire, $\int_{-a}^a f(t)dt = 0$;
- ▶ si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$) est une fonction continue T -périodique,
 $\int_{a+T}^{b+T} f(t)dt = \int_a^b f(t)dt$ et $\int_a^{a+T} f(t)dt = \int_0^T f(t)dt$.

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Théorème - Simplification des calculs

Soit $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}(\mathbb{C})$ une fonction continue :

- ▶ si f est paire, $\int_{-a}^a f(t)dt = 2 \int_0^a f(t)dt$;
- ▶ si f est impaire, $\int_{-a}^a f(t)dt = 0$;
- ▶ si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$) est une fonction continue T -périodique,
 $\int_{a+T}^{b+T} f(t)dt = \int_a^b f(t)dt$ et $\int_a^{a+T} f(t)dt = \int_0^T f(t)dt$.

Démonstration

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Fonction de la borne supérieure

Savoir-faire. Variable dans les bornes de l'intégrale

Il arrive que l'on doit étudier des fonctions de la forme

$g : x \mapsto \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} h(t) dt$ sans pouvoir exprimer explicitement H , une primitive de h .

Néanmoins, la simple existence de H permet d'écrire :

$g(x) = H(f_2(x)) - H(f_1(x))$ dont on déduit de nombreuses informations. Par exemple : g est dérivable si f_1 et f_2 le sont. Et dans ce cas :

$$g'(x) = f_2'(x)h(f_2(x)) - f_1'(x)h(f_1(x))$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Fonction de la borne supérieure

Savoir-faire. Variable dans les bornes de l'intégrale

Il arrive que l'on doit étudier des fonctions de la forme

$g : x \mapsto \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} h(t) dt$ sans pouvoir exprimer explicitement H , une primitive de h .

Néanmoins, la simple existence de H permet d'écrire :

$g(x) = H(f_2(x)) - H(f_1(x))$ dont on déduit de nombreuses informations. Par exemple : g est dérivable si f_1 et f_2 le sont. Et dans ce cas :

$$g'(x) = f_2'(x)h(f_2(x)) - f_1'(x)h(f_1(x))$$

Exercice

Soit $H : x \mapsto \int_x^{2x} \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}}$. Etudier la parité de H . Montrer que H est dérivable sur $\mathbb{R}$, calculer H' et dresser le tableau de variations de H .

Déterminer les limites de H en $+\infty$ et $-\infty$.

$\Rightarrow$ De l'aire (intégrale)
à la primitive

$\Rightarrow$ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

- ⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive
- ⇒ Maîtrise de deux techniques

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive

$$\blacktriangleright \int_a^b (f)dt = F(b) - F(a).$$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive

- ▶ $\int_a^b (f)dt = F(b) - F(a).$
- ▶ L'intégrale vérifie des propriétés analytiques fortes (Chasles, croissance et encadrement. . .)

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive

- ▶ $\int_a^b (f)dt = F(b) - F(a).$
- ▶ L'intégrale vérifie des propriétés analytiques fortes (Chasles, croissance et encadrement. . .)
- ▶ Intégrale d'une fonction à valeurs complexes.

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive

- ▶ $\int_a^b (f)dt = F(b) - F(a).$
- ▶ L'intégrale vérifie des propriétés analytiques fortes (Chasles, croissance et encadrement. . .)
- ▶ Intégrale d'une fonction à valeurs complexes.
- ▶ Question remise à plus tard : quelles sont les fonctions qui admettent une primitive, finalement.
C'est un ensemble qui contient strictement l'ensemble des fonctions continues.

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

- ⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive
- ⇒ Maîtrise de deux techniques

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive

⇒ Maîtrise de deux techniques

- ▶ L'intégration par partie : récupérer la primitive d'un produit :
 $u' \times v \dots$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive

⇒ Maîtrise de deux techniques

- ▶ L'intégration par partie : récupérer la primitive d'un produit :
 $u' \times v \dots$
- ▶ Savoir-faire avec des polynômes, exponentielles (trigonométries) et logarithmes

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive

⇒ Maîtrise de deux techniques

- ▶ L'intégration par partie : récupérer la primitive d'un produit : $u' \times v \dots$
- ▶ Savoir-faire avec des polynômes, exponentielles (trigonométries) et logarithmes
- ▶ Le changement de variable : récupérer la primitive d'une composition : $u' \circ v \dots$

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive

⇒ Maîtrise de deux techniques

- ▶ L'intégration par partie : récupérer la primitive d'un produit : $u' \times v \dots$
- ▶ Savoir-faire avec des polynômes, exponentielles (trigonométries) et logarithmes
- ▶ Le changement de variable : récupérer la primitive d'une composition : $u' \circ v \dots$
- ▶ Savoir-faire (surtout avec des la trigonométrie)

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

Objectifs

⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive

⇒ Maîtrise de deux techniques

- ▶ L'intégration par partie : récupérer la primitive d'un produit : $u' \times v \dots$
- ▶ Savoir-faire avec des polynômes, exponentielles (trigonométries) et logarithmes
- ▶ Le changement de variable : récupérer la primitive d'une composition : $u' \circ v \dots$
- ▶ Savoir-faire (surtout avec des la trigonométrie)
- ▶ Transmission de propriétés de régularité de fonction (périodicité...)

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables

Conclusion

⇒ De l'aire (intégrale)
à la primitive

⇒ Maîtrise de deux
techniques

Objectifs

- ⇒ De l'aire (intégrale) à la primitive
- ⇒ Maîtrise de deux techniques

Pour la prochaine fois

- ▶ Lecture du cours : chapitre 6 :
4. Equation différentielle
- ▶ Exercice n°198 & 202

1. Problèmes

2. Primitives

3. Intégrales et
primitives

3.1. Théorème fondamental et
conséquences

3.2. Quelques propriétés de
l'intégrale

3.3. Technique 1 : Intégration
par parties

3.4. Technique 2 : Changement
de variables